

Performance d'un Estimateur à Horizon Glissant

pour l'estimation de trajectoire de débris spatiaux
pendant la rentrée atmosphérique

R. Suwanton^{1,2}, D. Dumur², D. Beauvois² and S. Bertrand¹

1: ONERA/DCPS/SSD, 2: SUPELEC/Dep. Automatique

Plan de la présentation

Pourquoi l'estimation de trajectoires de débris?

Équations d'état et de mesures

Estimateur à horizon glissant (MHE)

Études Numériques

Conclusions

Débris spatiaux : un vrai danger

- ▶ Formation de la ceinture de Kessler → Utilisation de l'espace sera impossible pendant certaines années
- ▶ Risques de collisions avec des satellites opérationnels
- ▶ Rentrée des grandes objets



Credits : ESA, CNES, NASA

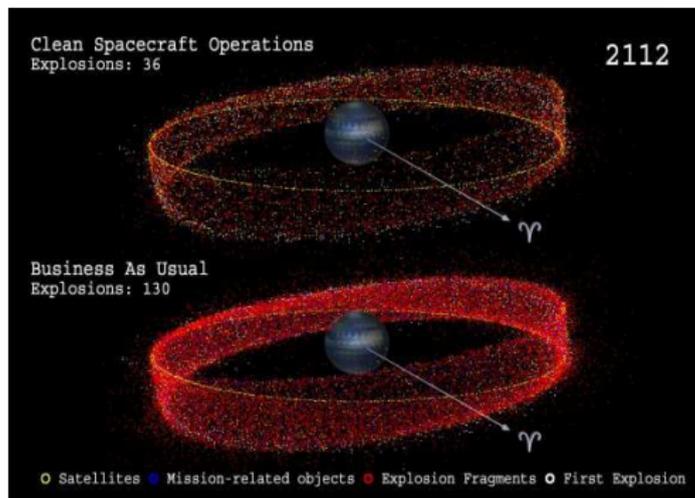


FIGURE: Prédiction du nombre de débris selon le scénario de réduction (ou non) considéré, universetoday.

Estimation des trajectoires de débris est nécessaire !

Plan de la présentation

Pourquoi l'estimation de trajectoires de débris ?

Équations d'état et de mesures

Dynamique de débris

Équation d'état

Équation de mesures

Estimateur à horizon glissant (MHE)

Études Numériques

Conclusions

Dynamique de débris pendant la rentrée (1D)

Hypothèses :

- ▶ Rentrée rapide $\rightarrow g$ constant : $g = 9.81 \text{ m/s}^2$
- ▶ Seuls le poids et la traînée agissent sur les débris

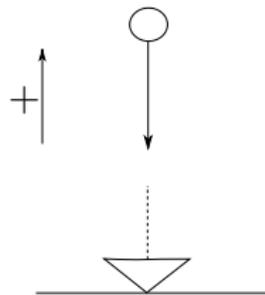
Equation Dynamique

$$\ddot{z}(t) = -g + \frac{1}{2} \frac{\rho(z(t))}{\beta(t)} v^2(t) \quad (1)$$

- ▶ $\rho(z(t))$: Densité atmosphérique

$$\rho(z(t)) = c_1 e^{-c_2 z(t)}$$

- ▶ $\beta(t)$: Coef. balistique, $\beta(t) = \frac{m}{A \cdot C_D(z(t), v(t))}$
 m : masse, A : section, $C_D(t) > 0$: coef. de traînée



Équations d'état en temps continu

Problème : Estimer $x(t) = \begin{pmatrix} z(t) & v(t) & \beta(t) \end{pmatrix}^T$

Hypothèses :

$\dot{\beta}(t)$ est gouverné par un bruit blanc gaussien continu de moyenne nulle $w_\beta(t)$.

Équation d'état en temps continu

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= v(t) \\ \dot{v}(t) &= -g + \frac{1}{2} \frac{\rho(z(t))}{\beta(t)} v^2(t) \\ \dot{\beta}(t) &= w_\beta(t) \end{aligned} \quad (2)$$

Équations d'état en temps discret

Définition : T_s : Période d'échantillonnage, $\xi_k = \xi(t = kT_s)$, $k \in \mathbb{N}$

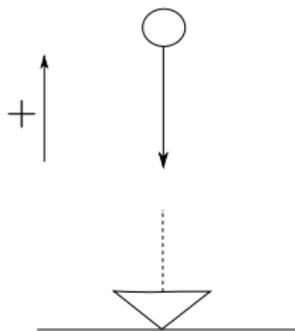
$$a_k = -g + \frac{1}{2} \frac{\rho(z_k)}{\beta_k} v_k^2 \quad (3)$$

Supposons : $\dot{v}(t) = a_k + w_a(t)$, $t \in [kT_s, (k+1)T_s]$ où $w_a(t)$ est un bruit blanc gaussien continu de moyenne nulle **du à l'erreur de discrétisation**.

Équation d'état en temps discret

$$x_{k+1} = \begin{pmatrix} z_k + v_k T_s + a_k \frac{T_s^2}{2} \\ v_k + a_k T_s \\ \beta_k \end{pmatrix} + w_k, \quad w_k \sim \mathcal{N}(0, Q) \quad (4)$$

Équation de mesures



$$y_k = Hx_k + v_k \quad (5)$$

où $H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ et η_k est un bruit de mesure modelé par un bruit blanc gaussien de moyenne nulle avec la variance R .

$$R = \sigma^2 \quad (6)$$

où σ est l'écart type associé au bruit de mesure sur la distance.

Plan de la présentation

Pourquoi l'estimation de trajectoires de débris ?

Équations d'état et de mesures

Estimateur à horizon glissant (MHE)

Formulation

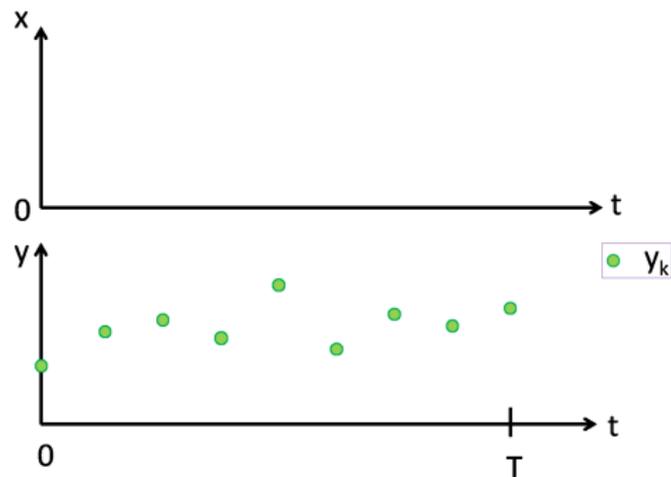
Avantages et Inconvénients

Études Numériques

Conclusions

Qu'est-ce que c'est un MHE ?

$$\mathcal{P}_T : \min_{x_{T_i}, \{w_k\}_{k=T_i}^{T-1}} \sum_{k=T_i}^T \|\hat{y}_k - y_k\|_{R^{-1}}^2 + \sum_{k=T_i}^{T-1} \|w_k\|_{Q^{-1}}^2 + \|\hat{x}_{T_i}^- - x_{T_i}\|_{P_{T_i}^{-1}}^2$$



$$T_i = T - N + 1$$

$$x_{k+1} = f(x_k) + w_k$$

$$y_k = h(x_k) + v_k$$

$$\hat{y}_k = h(x_k)$$

$$x_k \in \mathbb{X}_k, w_k \in \mathbb{W}_k, v_k \in \mathbb{V}_k$$

P_{T_i} mis à jour par l'éq.

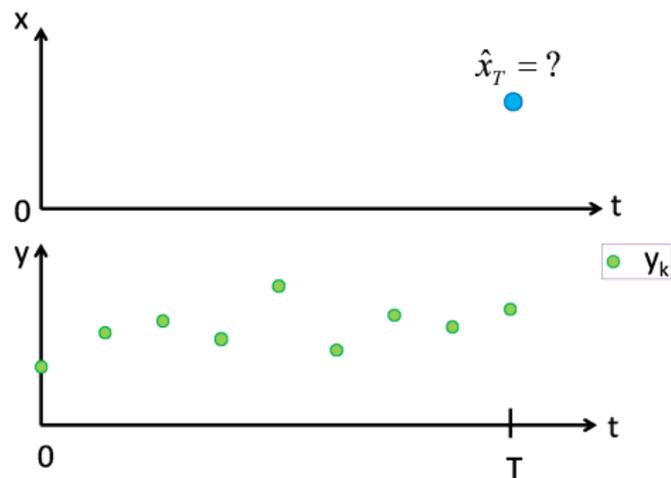
Riccati comme dans l'EKF

$\hat{x}_{T_i}^-$: état initial a priori

$$x_{T_i}^*, \{w_k^*\}_{k=T_i}^{T-1} = \arg(\mathcal{P}_T)$$

Qu'est-ce que c'est un MHE ?

$$\mathcal{P}_T : \min_{x_{T_i}, \{w_k\}_{k=T_i}^{T-1}} \sum_{k=T_i}^T \|\hat{y}_k - y_k\|_{R^{-1}}^2 + \sum_{k=T_i}^{T-1} \|w_k\|_{Q^{-1}}^2 + \|\hat{x}_{T_i}^- - x_{T_i}\|_{P_{T_i}^{-1}}^2$$



$$T_i = T - N + 1$$

$$x_{k+1} = f(x_k) + w_k$$

$$y_k = h(x_k) + v_k$$

$$\hat{y}_k = h(x_k)$$

$$x_k \in \mathbb{X}_k, w_k \in \mathbb{W}_k, v_k \in \mathbb{V}_k$$

P_{T_i} mis à jour par l'éq.

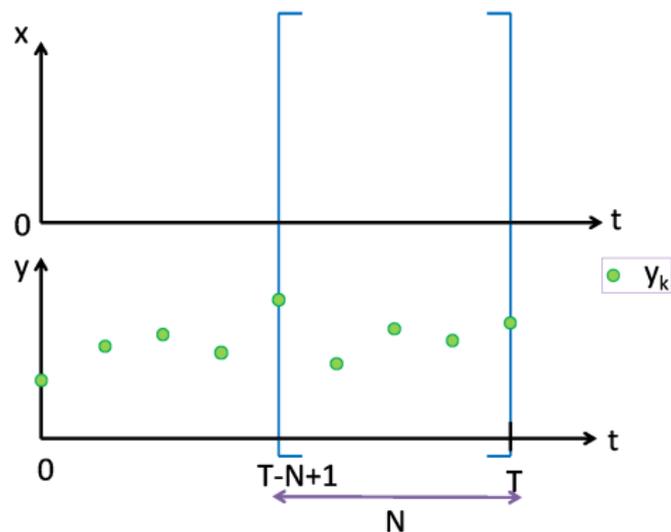
Riccati comme dans l'EKF

$\hat{x}_{T_i}^-$: état initial a priori

$$x_{T_i}^*, \{w_k^*\}_{k=T_i}^{T-1} = \arg(\mathcal{P}_T)$$

Qu'est-ce que c'est un MHE ?

$$\mathcal{P}_T : \min_{x_{T_i}, \{w_k\}_{k=T_i}^{T-1}} \sum_{k=T_i}^T \|\hat{y}_k - y_k\|_{R^{-1}}^2 + \sum_{k=T_i}^{T-1} \|w_k\|_{Q^{-1}}^2 + \|\hat{x}_{T_i}^- - x_{T_i}\|_{P_{T_i}^{-1}}^2$$



$$T_i = T - N + 1$$

$$x_{k+1} = f(x_k) + w_k$$

$$y_k = h(x_k) + v_k$$

$$\hat{y}_k = h(x_k)$$

$$x_k \in \mathbb{X}_k, w_k \in \mathbb{W}_k, v_k \in \mathbb{V}_k$$

P_{T_i} mis à jour par l'éq.

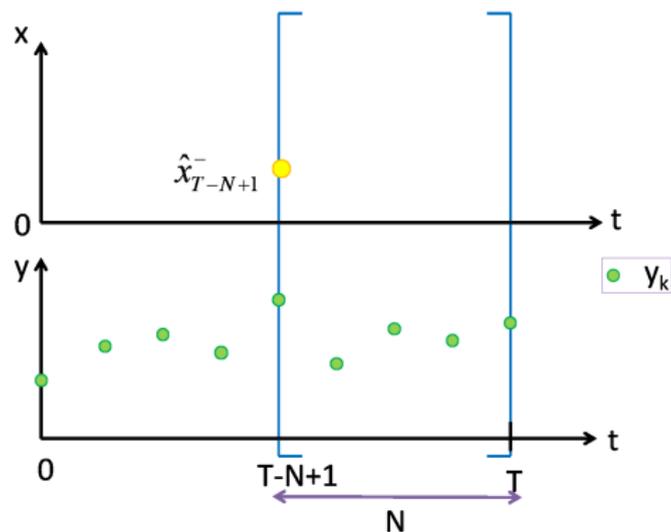
Riccati comme dans l'EKF

$\hat{x}_{T_i}^-$: état initial a priori

$$x_{T_i}^*, \{w_k^*\}_{k=T_i}^{T-1} = \arg(\mathcal{P}_T)$$

Qu'est-ce que c'est un MHE ?

$$\mathcal{P}_T : \min_{x_{T_i}, \{w_k\}_{k=T_i}^{T-1}} \sum_{k=T_i}^T \|\hat{y}_k - y_k\|_{R^{-1}}^2 + \sum_{k=T_i}^{T-1} \|w_k\|_{Q^{-1}}^2 + \|\hat{x}_{T_i}^- - x_{T_i}\|_{P_{T_i}^{-1}}^2$$



$$T_i = T - N + 1$$

$$x_{k+1} = f(x_k) + w_k$$

$$y_k = h(x_k) + v_k$$

$$\hat{y}_k = h(x_k)$$

$$x_k \in \mathbb{X}_k, w_k \in \mathbb{W}_k, v_k \in \mathbb{V}_k$$

P_{T_i} mis à jour par l'éq.

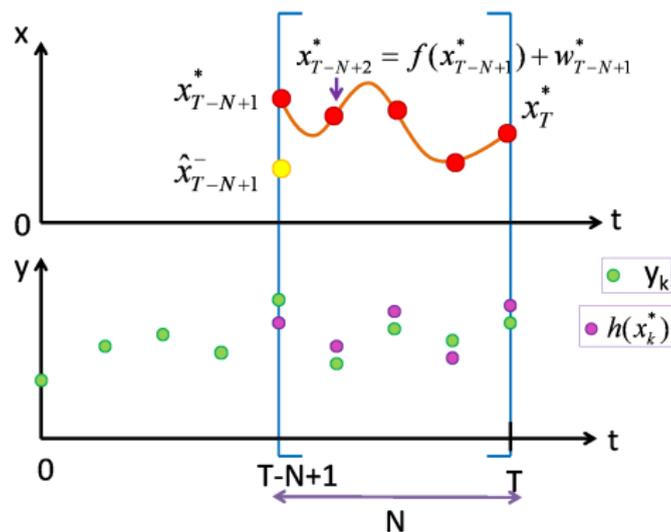
Riccati comme dans l'EKF

$\hat{x}_{T_i}^-$: état initial a priori

$$x_{T_i}^*, \{w_k^*\}_{k=T_i}^{T-1} = \arg(\mathcal{P}_T)$$

Qu'est-ce que c'est un MHE ?

$$\mathcal{P}_T : \min_{x_{T_i}, \{w_k\}_{k=T_i}^{T-1}} \sum_{k=T_i}^T \|\hat{y}_k - y_k\|_{R^{-1}}^2 + \sum_{k=T_i}^{T-1} \|w_k\|_{Q^{-1}}^2 + \|\hat{x}_{T_i}^- - x_{T_i}\|_{P_{T_i}^{-1}}^2$$



$$T_i = T - N + 1$$

$$x_{k+1} = f(x_k) + w_k$$

$$y_k = h(x_k) + v_k$$

$$\hat{y}_k = h(x_k)$$

$$x_k \in \mathbb{X}_k, w_k \in \mathbb{W}_k, v_k \in \mathbb{V}_k$$

P_{T_i} mis à jour par l'éq.

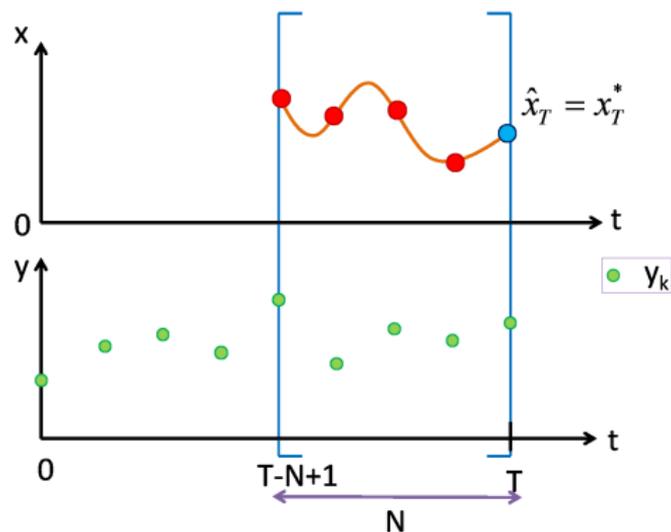
Riccati comme dans l'EKF

$\hat{x}_{T_i}^*$: état initial a priori

$$x_{T_i}^*, \{w_k^*\}_{k=T_i}^{T-1} = \arg(\mathcal{P}_T)$$

Qu'est-ce que c'est un MHE ?

$$\mathcal{P}_T : \min_{x_{T_i}, \{w_k\}_{k=T_i}^{T-1}} \sum_{k=T_i}^T \|\hat{y}_k - y_k\|_{R^{-1}}^2 + \sum_{k=T_i}^{T-1} \|w_k\|_{Q^{-1}}^2 + \|\hat{x}_{T_i} - x_{T_i}\|_{P_{T_i}^{-1}}^2$$



$$T_i = T - N + 1$$

$$x_{k+1} = f(x_k) + w_k$$

$$y_k = h(x_k) + v_k$$

$$\hat{y}_k = h(x_k)$$

$$x_k \in \mathbb{X}_k, w_k \in \mathbb{W}_k, v_k \in \mathbb{V}_k$$

P_{T_i} mis à jour par l'éq.

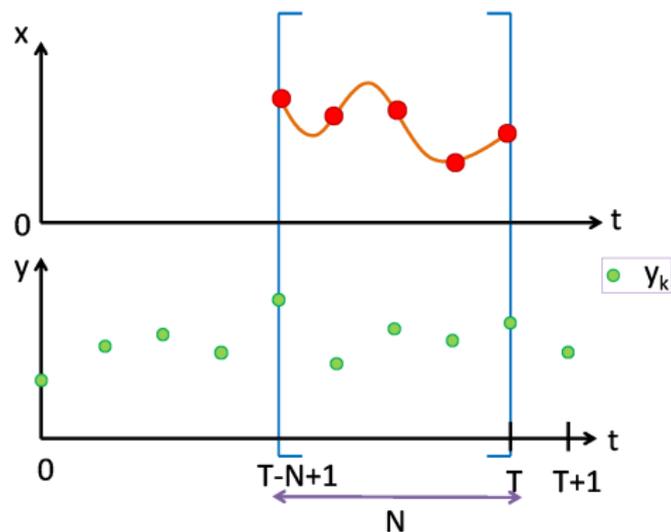
Riccati comme dans l'EKF

\hat{x}_{T_i} : état initial a priori

$$x_{T_i}^*, \{w_k^*\}_{k=T_i}^{T-1} = \arg(\mathcal{P}_T)$$

Qu'est-ce que c'est un MHE ?

$$\mathcal{P}_T : \min_{x_{T_i}, \{w_k\}_{k=T_i}^{T-1}} \sum_{k=T_i}^T \|\hat{y}_k - y_k\|_{R^{-1}}^2 + \sum_{k=T_i}^{T-1} \|w_k\|_{Q^{-1}}^2 + \|\hat{x}_{T_i}^- - x_{T_i}\|_{P_{T_i}^{-1}}^2$$



$$T_i = T - N + 1$$

$$x_{k+1} = f(x_k) + w_k$$

$$y_k = h(x_k) + v_k$$

$$\hat{y}_k = h(x_k)$$

$$x_k \in \mathbb{X}_k, w_k \in \mathbb{W}_k, v_k \in \mathbb{V}_k$$

P_{T_i} mis à jour par l'éq.

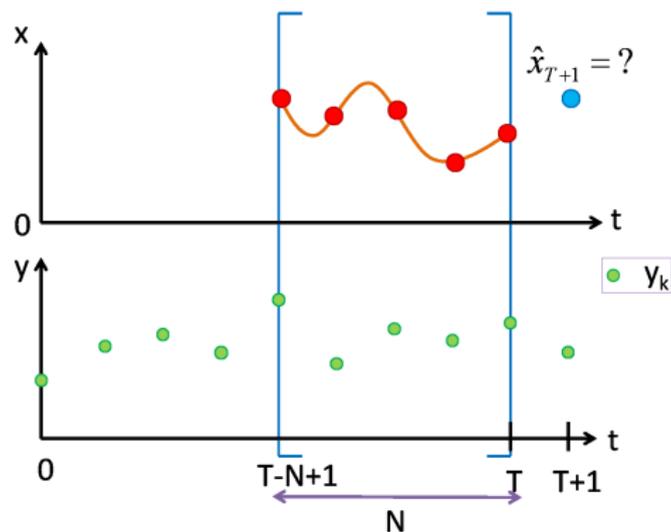
Riccati comme dans l'EKF

$\hat{x}_{T_i}^-$: état initial a priori

$$x_{T_i}^*, \{w_k^*\}_{k=T_i}^{T-1} = \arg(\mathcal{P}_T)$$

Qu'est-ce que c'est un MHE ?

$$\mathcal{P}_T : \min_{x_{T_i}, \{w_k\}_{k=T_i}^{T-1}} \sum_{k=T_i}^T \|\hat{y}_k - y_k\|_{R^{-1}}^2 + \sum_{k=T_i}^{T-1} \|w_k\|_{Q^{-1}}^2 + \|\hat{x}_{T_i}^- - x_{T_i}\|_{P_{T_i}^{-1}}^2$$



$$T_i = T - N + 1$$

$$x_{k+1} = f(x_k) + w_k$$

$$y_k = h(x_k) + v_k$$

$$\hat{y}_k = h(x_k)$$

$$x_k \in \mathbb{X}_k, w_k \in \mathbb{W}_k, v_k \in \mathbb{V}_k$$

P_{T_i} mis à jour par l'éq.

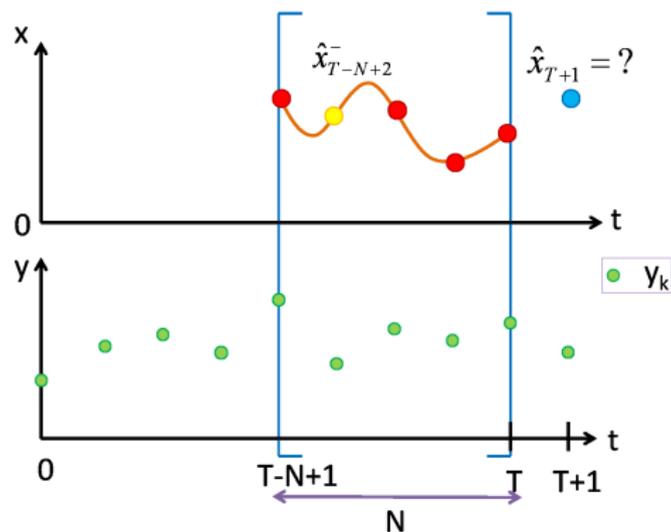
Riccati comme dans l'EKF

$\hat{x}_{T_i}^-$: état initial a priori

$$x_{T_i}^*, \{w_k^*\}_{k=T_i}^{T-1} = \arg(\mathcal{P}_T)$$

Qu'est-ce que c'est un MHE ?

$$\mathcal{P}_T : \min_{x_{T_i}, \{w_k\}_{k=T_i}^{T-1}} \sum_{k=T_i}^T \|\hat{y}_k - y_k\|_{R^{-1}}^2 + \sum_{k=T_i}^{T-1} \|w_k\|_{Q^{-1}}^2 + \|\hat{x}_{T_i}^- - x_{T_i}\|_{P_{T_i}^{-1}}^2$$



$$T_i = T - N + 1$$

$$x_{k+1} = f(x_k) + w_k$$

$$y_k = h(x_k) + v_k$$

$$\hat{y}_k = h(x_k)$$

$$x_k \in \mathbb{X}_k, w_k \in \mathbb{W}_k, v_k \in \mathbb{V}_k$$

P_{T_i} mis à jour par l'éq.

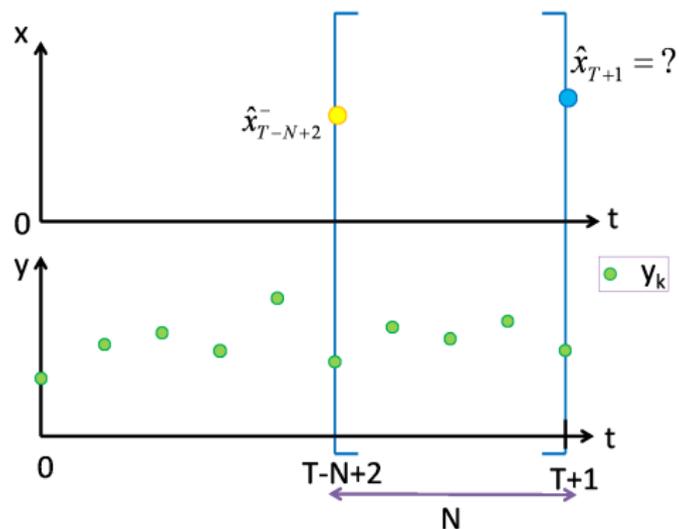
Riccati comme dans l'EKF

$\hat{x}_{T_i}^-$: état initial a priori

$$x_{T_i}^*, \{w_k^*\}_{k=T_i}^{T-1} = \arg(\mathcal{P}_T)$$

Qu'est-ce que c'est un MHE ?

$$\mathcal{P}_T : \min_{x_{T_i}, \{w_k\}_{k=T_i}^{T-1}} \sum_{k=T_i}^T \|\hat{y}_k - y_k\|_{R^{-1}}^2 + \sum_{k=T_i}^{T-1} \|w_k\|_{Q^{-1}}^2 + \|\hat{x}_{T_i}^- - x_{T_i}\|_{P_{T_i}^{-1}}^2$$



$$T_i = T - N + 1$$

$$x_{k+1} = f(x_k) + w_k$$

$$y_k = h(x_k) + v_k$$

$$\hat{y}_k = h(x_k)$$

$$x_k \in \mathbb{X}_k, w_k \in \mathbb{W}_k, v_k \in \mathbb{V}_k$$

P_{T_i} mis à jour par l'éq.

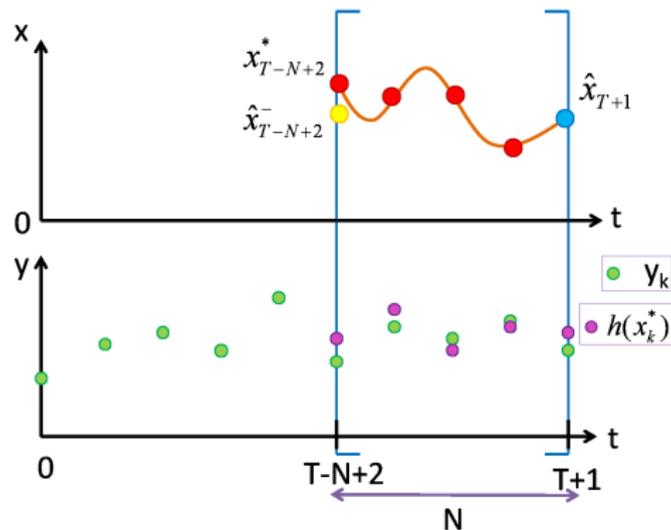
Riccati comme dans l'EKF

$\hat{x}_{T_i}^-$: état initial a priori

$$x_{T_i}^*, \{w_k^*\}_{k=T_i}^{T-1} = \arg(\mathcal{P}_T)$$

Qu'est-ce que c'est un MHE ?

$$\mathcal{P}_T : \min_{x_{T_i}, \{w_k\}_{k=T_i}^{T-1}} \sum_{k=T_i}^T \|\hat{y}_k - y_k\|_{R^{-1}}^2 + \sum_{k=T_i}^{T-1} \|w_k\|_{Q^{-1}}^2 + \|\hat{x}_{T_i}^- - x_{T_i}\|_{P_{T_i}^-}^2$$



$$T_i = T - N + 1$$

$$x_{k+1} = f(x_k) + w_k$$

$$y_k = h(x_k) + v_k$$

$$\hat{y}_k = h(x_k)$$

$$x_k \in \mathbb{X}_k, w_k \in \mathbb{W}_k, v_k \in \mathbb{V}_k$$

P_{T_i} mis à jour par l'éq.

Riccati comme dans l'EKF

$\hat{x}_{T_i}^-$: état initial a priori

$$x_{T_i}^*, \{w_k^*\}_{k=T_i}^{T-1} = \arg(\mathcal{P}_T)$$

Coût d'arrivée

On choisit un coût d'arrivée $\|\hat{x}_{T_i}^- - x_{T_i}\|_{P_{T_i}^{-1}}^2$ où P_{T_i} est mis à jour par l'éq. Riccati comme dans l'EKF

$$P_{j+1} = Q + F_j P_j F_j^t - F_j P_j H_j^t (R + H_j P_j H_j^t)^{-1} H_j P_j F_j^t \quad (7)$$

où

$$F_j = \frac{\partial f(x)}{\partial x} \Big|_{\hat{x}_j | j+N-1} \quad (8)$$

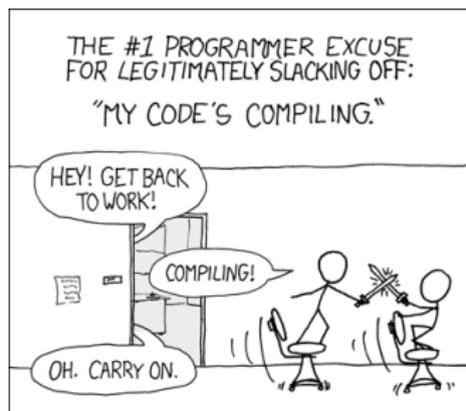
$$H_j = \frac{\partial h(x)}{\partial x} \Big|_{\hat{x}_j | j+N-1} \quad (9)$$

pour $j = T - N$.

Pourquoi un MHE ?

- ▶ **Robuste** vis à vis d'une mauvaise initialisation et d'un mauvais réglage
- ▶ **Pas** besoin de **linéarisation**
- ▶ **Contraintes** sont prises en compte directement

Et pourquoi PAS un MHE ?



LENT

Des espoirs ?

Méthodes pour diminuer le temps de calcul dans la littérature :

- ▶ Utiliser une méthode d'optimisation adaptée
- ▶ Mieux formuler le coût d'arrivée
- ▶ Formuler différemment la fonction coût
- ▶ Inclure un pré-estimateur dans la formulation du MHE

Plan de la présentation

Pourquoi l'estimation de trajectoires de débris ?

Équations d'état et de mesures

Estimateur à horizon glissant (MHE)

Études Numériques

- Simulation de trajectoires réelles

- Initialisation des filtre

- Performances des filtres

- Analyse de Résultat

Conclusions

Simulation de trajectoires réelles

Méthodes

- ▶ Trajectoires de 100 débris **sphériques** sont simulées par la méthode de Monte Carlo
- ▶ Chaque débris a une position initiale, une vitesse initiale, une masse, et une section différents

Calcul du coef. balistique d'une sphère

Coef. Balistique d'une sphère de diamètre D :

- ▶ Rappel : $\beta(t) = \frac{m}{A \cdot C_D(z(t), v(t))}$
- ▶ C_D ne dépend que le nombre de Reynolds $Re(z(t), v(t), D)$

Coef. de trainée d'une sphère

$$C_D = \frac{24}{Re} + \frac{2.6 \left(\frac{Re}{5.0}\right)}{1 + \left(\frac{Re}{5.0}\right)^{1.52}} + \frac{0.411 \left(\frac{Re}{2.63 \cdot 10^5}\right)^{-7.94}}{1 + \left(\frac{Re}{2.63 \cdot 10^5}\right)^{-8.00}} + \frac{Re^{0.80}}{4.61 \cdot 10^5}, \text{ if } Re \leq 4.77 \cdot 10^5$$

$$C_D = -0.485 + 0.1 \log Re, \text{ if } 4.77 \cdot 10^5 < Re \leq 1.2 \cdot 10^6$$

$$C_D = 0.19 - \frac{8 \cdot 10^4}{Re}, \text{ if } 1.2 \cdot 10^6 < Re \leq 2 \cdot 10^6 \quad (10)$$

Calcul du coef. balistique d'une sphère (suite)

Le nombre de Reynolds

$$Re(z, v) = \frac{\rho(z) \|v\| D}{\mu(z)} \quad (11)$$

$\mu(z)$ est la viscosité dynamique de l'atmosphère qui dépend fortement de la température $T(z(t))$. Il est calculé à partir de

la formule de Sutherland

$$\mu(z) = \mu_0 \frac{T_0 + C}{T(z) + C} \left(\frac{T(z)}{T_0} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (12)$$

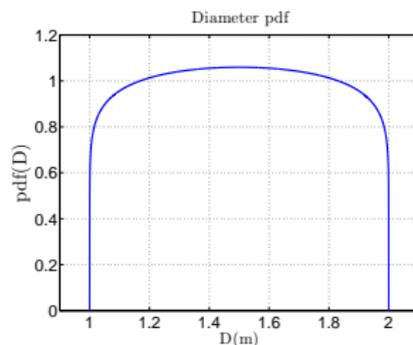
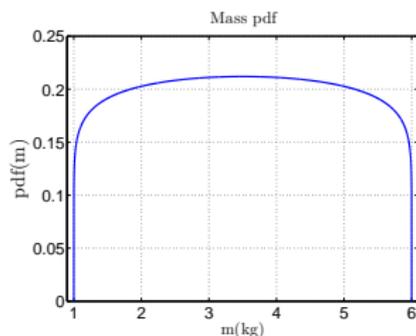
où $\mu_0 = 18.27 \cdot 10^{-6}$ Pa·s, $T_0 = 291.15$ K and $C = 120$ K. La dépendance de T à $z(t)$ est obtenue grâce au modèle atmosphérique US76.

Distributions de position et de vitesse initiales

- ▶ Suppose que la matrice de covariance d'erreur initiale P_0 , et les valeurs a priori \bar{z}_0 et \bar{v}_0 sont données à tous les filtres dans tous les runs
- ▶ Notons $\Sigma_{\bar{z}_0, \bar{v}_0} = P_0(1 : 2, 1 : 2)$
- ▶ La position et la vitesse initiales d'un débris suivent une loi gaussienne $\begin{pmatrix} z_0 \\ v_0 \end{pmatrix} \sim \mathcal{N}\left(\begin{pmatrix} \bar{z}_0 \\ \bar{v}_0 \end{pmatrix}, \Sigma_{z_0, v_0}\right)$
 - ▶ Lorsque $\Sigma_{z_0, v_0} = \Sigma_{\bar{z}_0, \bar{v}_0}$, filtre bien initialisé : *good prior case*
 - ▶ Lorsque $\Sigma_{z_0, v_0} = 5 \cdot \Sigma_{\bar{z}_0, \bar{v}_0}$, filtre mal initialisé : *bad prior case*

On choisit $\bar{z}_0 = 70 \text{ km}$ et $\bar{v}_0 = -6000 \text{ m/s}$.

Distribution de la masse et de la section de débris



Distribution beta

$$\text{pdf}(m) = \frac{\Gamma(\lambda_1 + \lambda_2)}{(m^+ - m^-)\Gamma(\lambda_1)\Gamma(\lambda_2)} \left(\frac{m - m^-}{m^+ - m^-} \right)^{\lambda_1 - 1} \left(1 - \frac{m - m^-}{m^+ - m^-} \right)^{\lambda_2 - 1}$$

Pareil pour pdf(D). Γ est la fonction gamma d'Euler. On choisit $m^- = 1$ kg, $m^+ = 6$ kg, $D^- = 1$ m, $D^+ = 2$ m, et $\lambda_1 = \lambda_2 = 1.1$.

Distribution de coef. balistique initiale

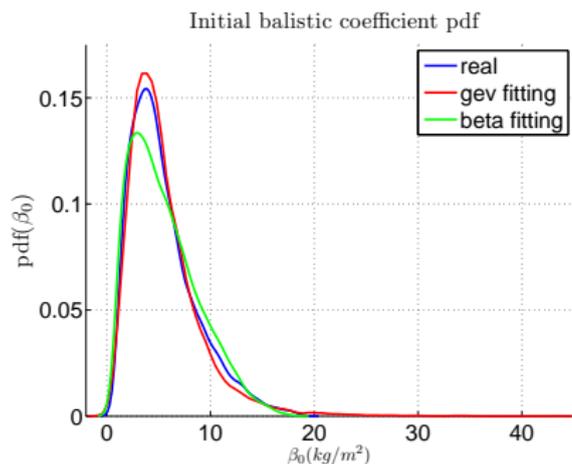
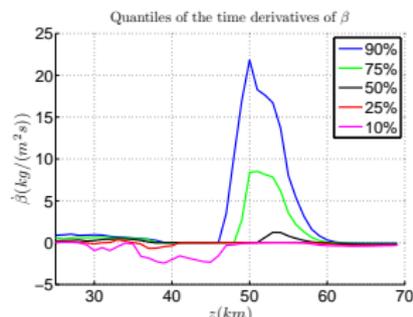
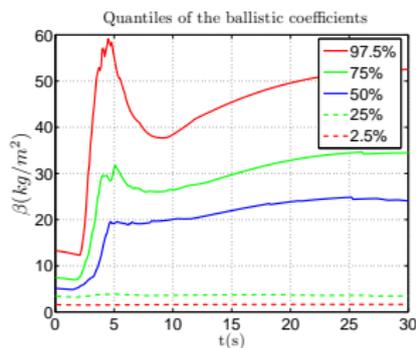
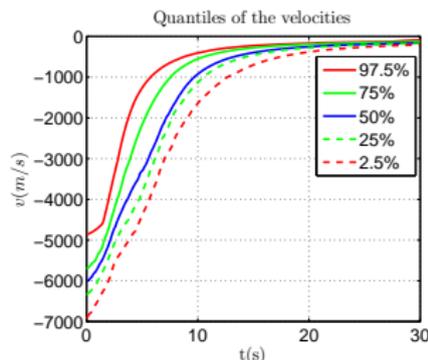
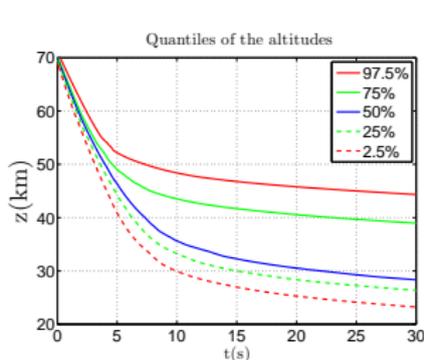


FIGURE: Pdf de β_0

Trajectoires Simulées (bad prior case)



Filtres testés

On compare les performances des filtres suivants

- ▶ EKF
- ▶ UKF
- ▶ Filtre particulaire régularisé (RPF) avec le nombre de particule $N_p = 3 \cdot 10^4$ et $N_p = 15 \cdot 10^4$
- ▶ MHE avec l'horizon $N = 3$, $N = 6$ et $N = 12$

Initialisation des filtres

- ▶ $T_s = 0.1 \text{ s}$, $\sigma = 10 \text{ m}$, $R = \sigma^2$



$$P_0 = \begin{pmatrix} \sigma^2 & \frac{\sigma^2}{T_s} & 0 \\ \frac{\sigma^2}{T_s} & \frac{2\sigma^2}{T_s^2} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\beta_0}^2 \end{pmatrix} \quad (13)$$

En approximant $\text{pdf}(\beta_0)$ à $\mathcal{N}(\bar{\beta}_0, \sigma_{\beta_0}^2)$, on obtient $\bar{\beta}_0 \sim 5.4834 \text{ kg/m}^2$ et $\sigma_{\beta_0} \sim 3.5428 \text{ kg/m}^2$.



$$Q = \begin{pmatrix} q_a \frac{T_s^3}{3} I_{3 \times 3} & q_a \frac{T_s^2}{2} I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 1} \\ q_a \frac{T_s^2}{2} I_{3 \times 3} & q_a T_s I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 1} \\ 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & q_\beta T_s \end{pmatrix} \quad (14)$$

où q_a and q_β sont les densités spectrales de puissance de w_a et w_β .

Contraintes pour les MHEs

▶ Sur l'état :

- ▶ $0 \text{ km} < \hat{z} < 100 \text{ km}$
- ▶ $-10000 \text{ m/s} < \hat{v} < 0 \text{ m/s}$
- ▶ $0.5 \text{ kg/m}^2 < \hat{\beta} < 90 \text{ kg/m}^2$

▶ Sur le bruit d'état

- ▶ $|w_{k,z}| < 3 \cdot \sqrt{\frac{q_a}{T_s}} \cdot \frac{T_s^2}{2}$
- ▶ $|w_{k,v}| < 3 \cdot \sqrt{\frac{q_a}{T_s}} \cdot T_s$
- ▶ $|w_{k,\beta}| < 3\sqrt{q_\beta T_s}$

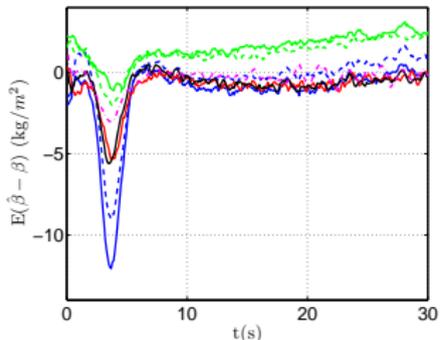
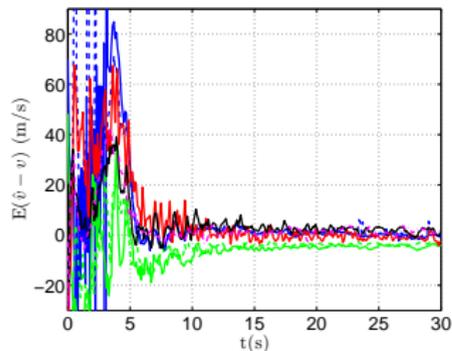
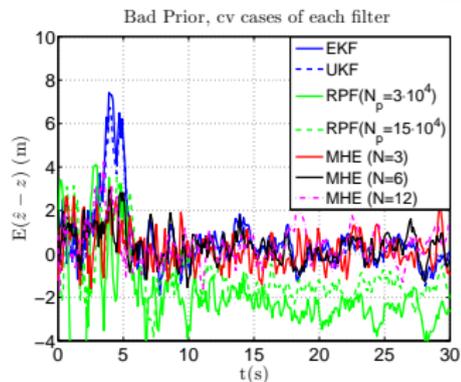
Taux de convergence et le temps de calcul

Critère de convergence : $\forall k$ durant les derniers 10 s de trajectoires

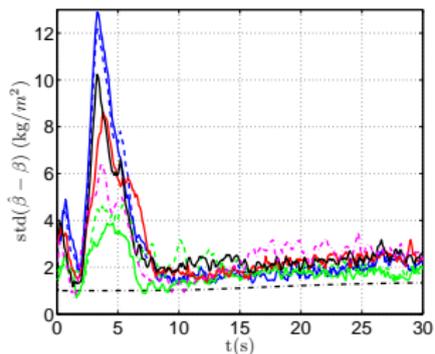
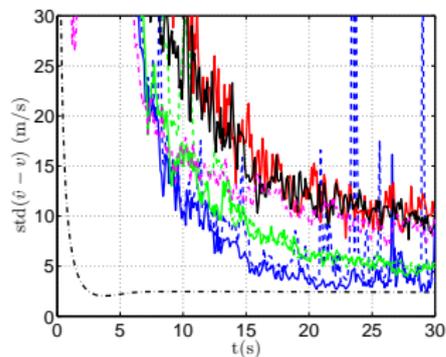
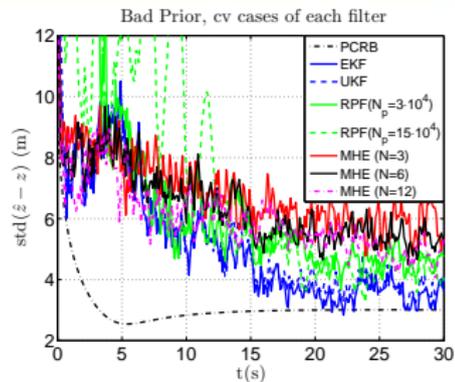
- ▶ $|\hat{z}_k - z_k| < 3\sigma = 30 \text{ m}$
- ▶ $|\hat{v}_k - v_k| < 3\sqrt{\frac{2\sigma^2}{T_s^2}} \sim 424 \text{ m/s}$
- ▶ $|\hat{\beta}_k - \beta_k| < 3\sigma_{\beta_0} = 10.63 \text{ kg/m}^2$

| Filtre | Taux de convergence (%) | | Temps de calcul (s) |
|-------------------------------|-------------------------|-----------|---------------------|
| | Good Prior | Bad Prior | |
| EKF | 75 | 53 | 0.09 |
| UKF | 86 | 66 | 0.10 |
| RPF ($N_p = 3 \cdot 10^4$) | 79 | 45 | 11.53 |
| RPF ($N_p = 15 \cdot 10^4$) | 80 | 58 | 64.31 |
| MHE (N=3) | 96 | 92 | 41.52 |
| MHE (N=6) | 99 | 98 | 81.50 |
| MHE (N=12) | 71 | 76 | 162.11 |

Moyennes des erreurs d'estimation



Écart types des erreurs d'estimation



Analyse de résultat

- ▶ Lorsque l'horizon N est bien choisi, MHE donne le **plus grand taux de convergence** comparé à EKF, UKF and RPF.
- ▶ MHE est **robuste vis à vis d'une mauvaise initialisation**. Ce n'est pas le cas pour EKF, UKF et RPF.
- ▶ Lorsque la matrice de covariance de bruit d'état Q est choisie **trop grande**, un grand horizon N peut **dégrader la précision** du MHE.

Plan de la présentation

Pourquoi l'estimation de trajectoires de débris ?

Équations d'état et de mesures

Estimateur à horizon glissant (MHE)

Études Numériques

Conclusions

Conclusions

- ▶ MHE, EKF, UKF, RPF sont testés dans le cadre de l'estimation de trajectoire de débris spatiaux.
- ▶ Coef. balistique de débris β varie fortement dans le temps.
- ▶ Comme la dynamique de β est inconnue, on suppose que $\dot{\hat{\beta}}$ = un bruit blanc gaussien → Erreurs de modélisation.
- ▶ Dans cette application, MHE donne le plus grand taux de convergence par rapport à EKF, UKF et RPF, quand l'horizon N est bien choisi.
- ▶ MHE donne petites erreurs d'estimation.