



# Commande et estimation sur horizon glissant: Principes et exemples

Estelle Courtial

Laboratoire PRISME, Univ. Orléans – INSA CVL

1

Jeudi 3 avril 2014, CNAM Paris

# PLAN

**1 Commande prédictive**

**2 Exemple d'application**

**3 Estimation sur horizon glissant**

## ✓ Dénominations françaises

Commande prédictive

Commande optimale à horizon glissant,  
(Commande sur horizon glissant)

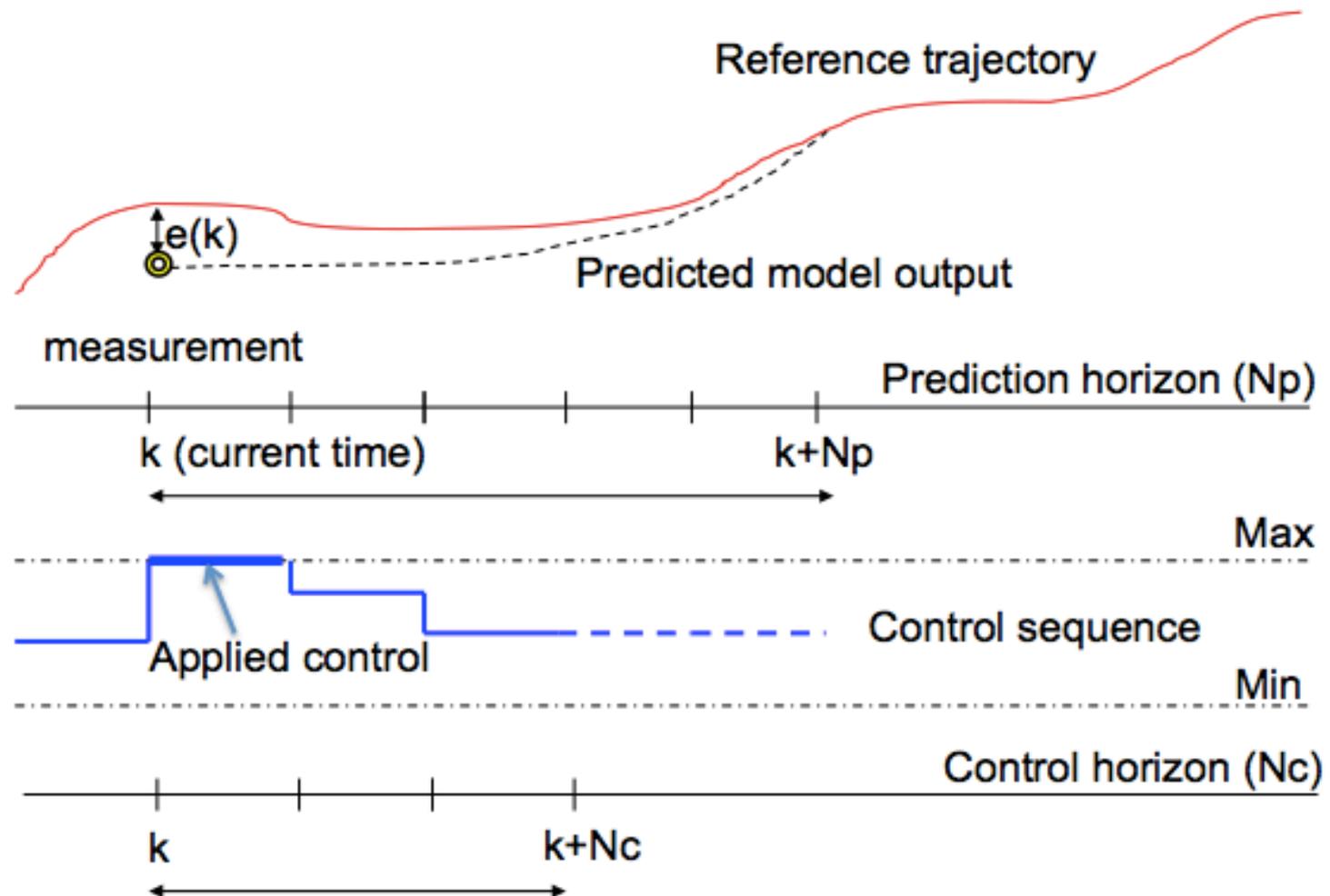
## ✓ Dénominations anglaises

Model Based Predictive Control (MBPC, MPC)

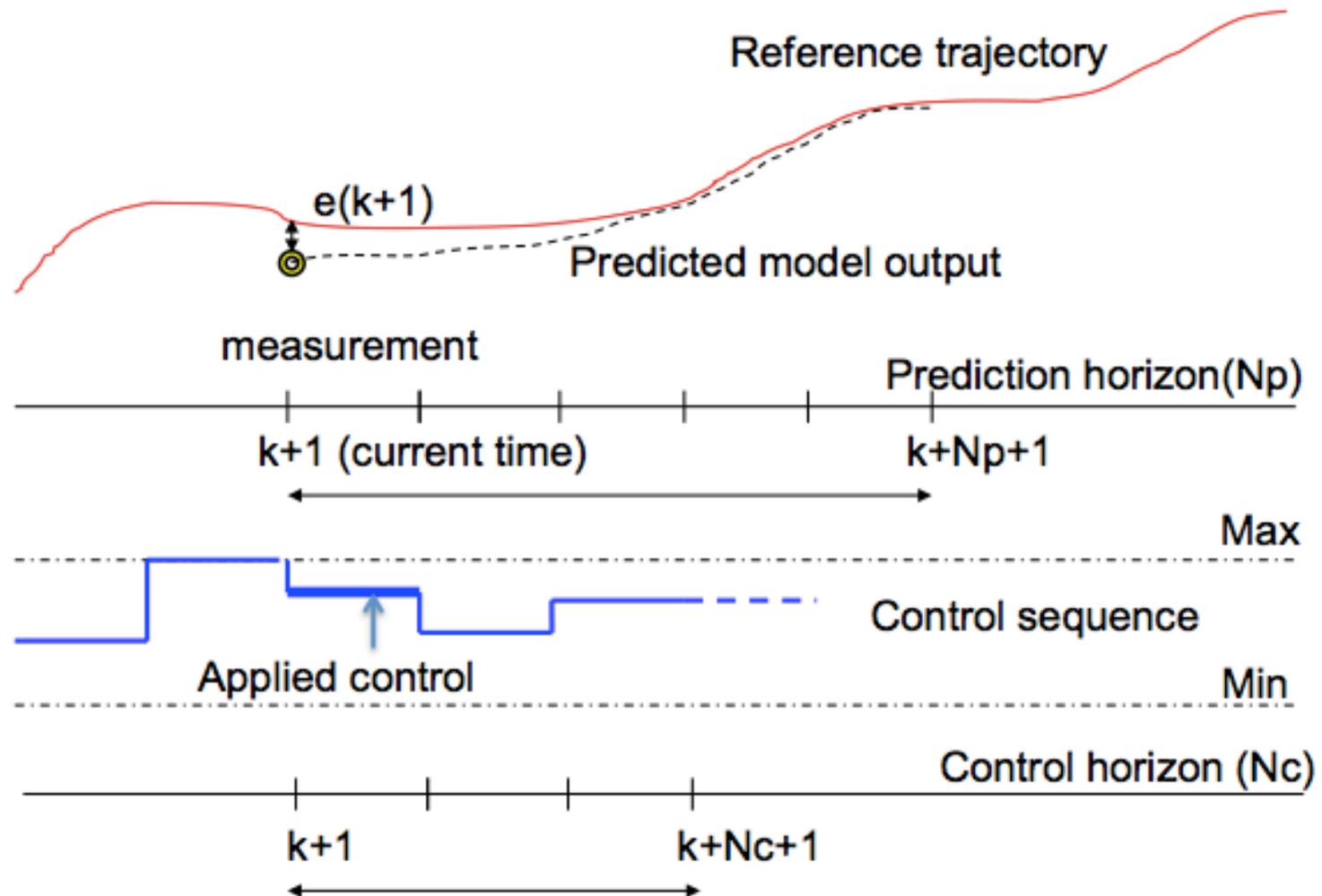
Receding Horizon Control (RHC)

Moving Horizon Optimal Control

## ✓ Le principe



## ✓ Le principe



- ✓ Les quatre points communs
  - ☑ Un **modèle** du procédé à commander,
  - ☑ Une **trajectoire de référence** décrivant l'objectif de fonctionnement désiré,
  - ☑ Un **critère d'optimisation** traduisant les objectifs de commande (cahier des charges),
  - ☑ Une **méthode de résolution** permettant de déterminer la commande optimale qui est appliquée au procédé.

## ✓ Le modèle

- ☑ Il doit être capable de prédire correctement la dynamique d'évolution du procédé.

*Plus le modèle est fidèle au procédé au sens physique, **meilleure sera la prédiction** du comportement du procédé.*

- ☑ Sa complexité dépend des exigences souhaitées.
- ☑ Il est très souvent non linéaire.
- ☑ Il joue un rôle crucial dans l'approche de CP.

## 1) Les modèles linéaires

- Modèle basé sur la troncature de la réponse impulsionnelle (MAC)
- Modèle basé sur la troncature de la réponse indicielle (DMC)
- Fonction de transfert (GPC)
- Représentation d'état (PFC)

## 2) Les modèles non linéaires (à partir de 1992)

- Modèles de connaissance (EDO, EDP)
- Réseaux de neurones
- Modèles flous (fuzzy models)
- Modèles ensemblistes
- ...

## ✓ Le critère d'optimisation

- ✓ Partie relative à la poursuite:

$$J(u) = \sum_{j=k+1}^{k+N_p} (y_{ref}(j) - y_m(j))^T Q (y_{ref}(j) - y_m(j)) + \dots$$

- ✓ Partie relative aux commandes:

$$\sum_{j=k+1}^{k+N_c} (u(j) - u(j-1))^T R (u(j) - u(j-1)) + \dots$$

- ✓ Coût terminal (terminal cost)

$$\Phi(k + N_p)$$

$N_p$  : horizon de prédiction (output horizon)

$N_c$  : horizon de commande (input horizon)

$Q, R$  : matrices symétriques définies positives

## ✓ La méthode de résolution

- ✓ Détermination de la séquence de commande:

$$\tilde{u} = \left\{ u_k, u_{k+1}, \dots, u_{k+N_c}, \underbrace{u_{k+N_c+1}, \dots, u_{k+N_p-1}}_{= u_{k+N_c}} \right\}$$

telle que:  $\min_{\tilde{u}} J(u)$

**Soumis à des contraintes sur les états et/ou les commandes et/ou des contraintes de stabilité.**

- ✓ Satisfaction des contraintes
- ✓ Temps de calcul (fast NMPC, explicit constrained LMPC)

## ✓ Les inconvénients

- ☑ *Nécessité d'avoir un modèle*
- ☑ *Temps de calcul*
- ☑ *Retour d'état implicite*
- ☑ *Faisabilité*
- ☑ *Stabilité*
- ☑ *Réglage des horizons*

## ✓ Etude de la stabilité (1)

- La fonction coût est considérée comme une fonction de Lyapunov.
- Le domaine d'admissibilité de  $x(k)$  « rétrécit ».

### ☑ Contrainte terminale (end constraint)

$$x(k + N_p) = 0$$

« commandabilité » en  $N_p$  coups. Effort sur la commande.

### ☑ Contrainte contractante (contractive constraint)

$$\|x(k + 1)\| \leq \alpha \|x(k)\| \quad \alpha < 1$$

### ☑ Ensemble terminal invariant (terminal invariant set)

$$x(k + N_p) \in \Omega$$

## ✓ Etude de la stabilité (2)

- ☑ Matrice de pondération terminale (terminal weighting matrix)

$$\Phi(k + N_p) = x^T(k + N_p) P_0 x(k + N_p)$$

$P_0$  choisie est la solution d'une inégalité de Riccati.

- ☑ Matrice de pondération à temps variant (time varying weighting matrix)

$$Q(j) = \beta^j Q(1) \quad \beta > 1$$

Pondère de plus en plus l'erreur de poursuite sur l'horizon de prédiction.

*Remarque:  $x$  représente l'erreur de poursuite*

## ✓ Les avantages

- ✓ Application à de nombreux types de procédés (linéaire ou non linéaire, multivariable, edo ou edp, systèmes à retard, stable ou instable, ...)
- ✓ Prise en compte explicite des contraintes
- ✓ Prédiction sur un horizon fini/Horizon de commande
- ✓ Robustesse
- ✓ Très nombreuses applications industrielles

# PLAN

1 Commande prédictive

**2 Exemple d'application**

3 Estimation sur horizon glissant

## ✓ Asservissement Visuel (AV)

### ☑ Définition

Stratégie de commande permettant d'asservir des systèmes robotiques (bras manipulateur, robot mobile) à une position fixe ou variable en utilisant des informations visuelles.

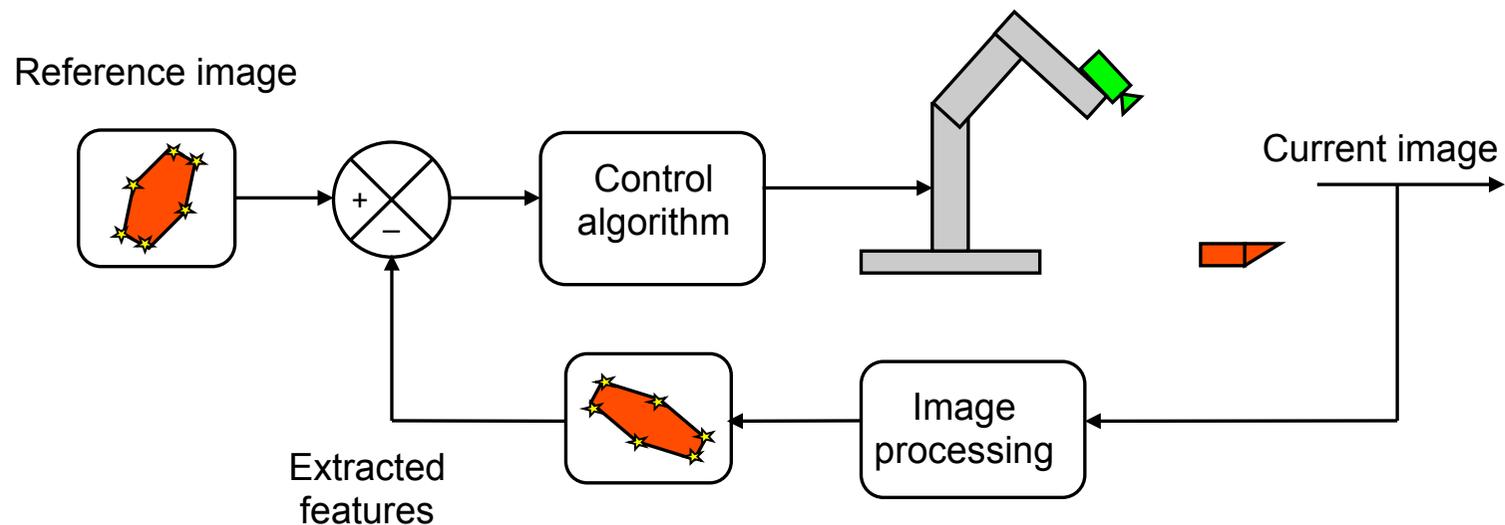
### ☑ Type de système de vision (perspective, omnidirectionnelle)

### ☑ Configuration de la caméra (embarquée, déportée)

### ☑ Nature des informations en entrées (AV 2D, 3D, hybride)

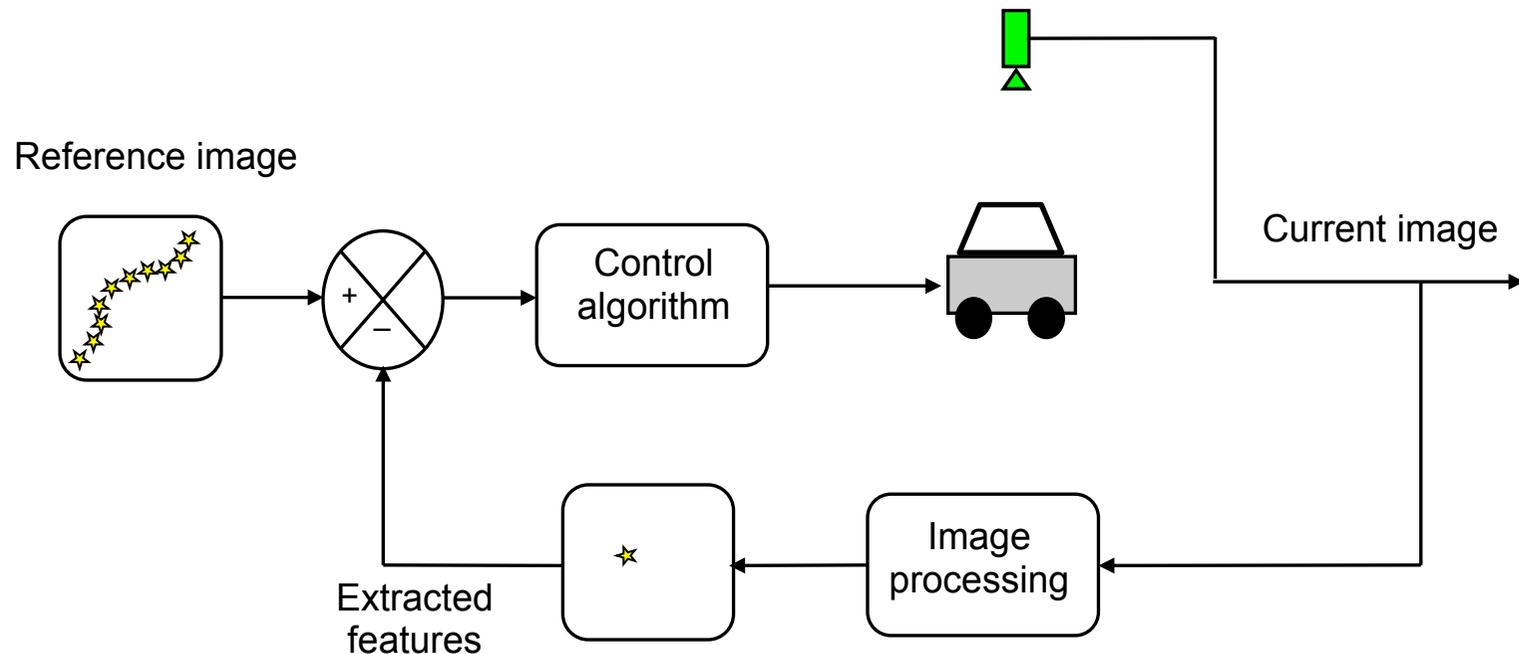
## ✓ Schéma de principe de l'AV 2D

- ✓ Consigne dans l'image
- ✓ Caméra embarquée



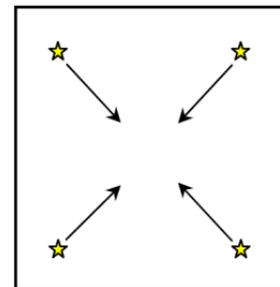
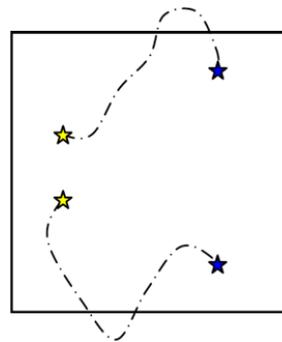
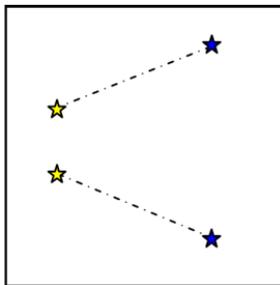
## ✓ Schéma de principe de l'AV 2D

- ✓ Consigne dans l'image
- ✓ Caméra déportée

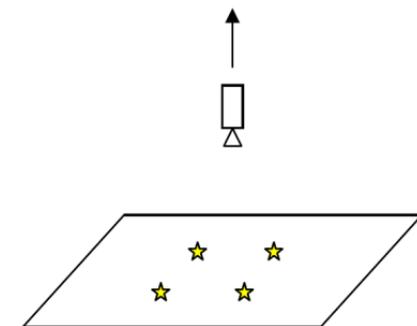


## ✓ Difficultés de mise en œuvre d'un AV 2D « classique »

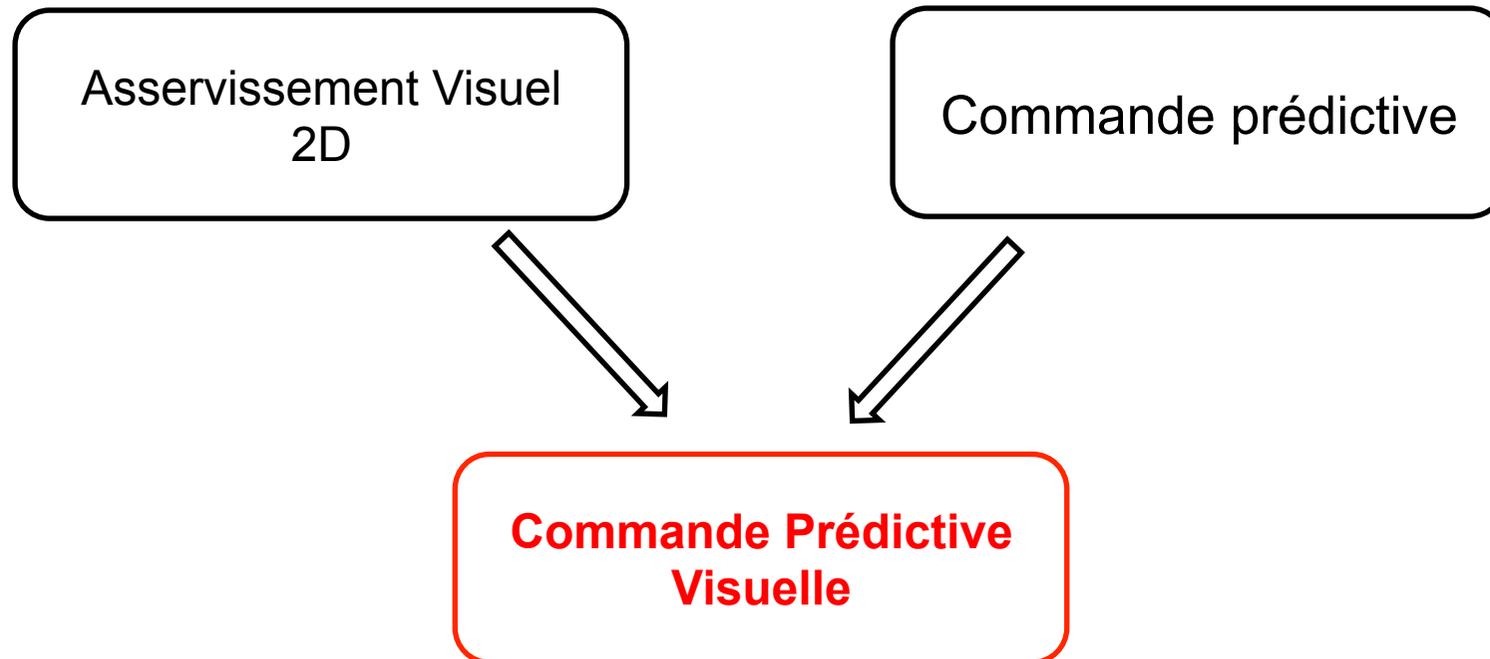
- ✓ La matrice d'interaction (pseudo inverse, singularités)
- ✓ Les **contraintes mécaniques** (butées articulaires, limitations en vitesse, contraintes non holonomes, ....) non prises en compte
- ✓ Les **contraintes de visibilité** (cible dans le champ de vue de la caméra)



Plan 2D



Espace 3D



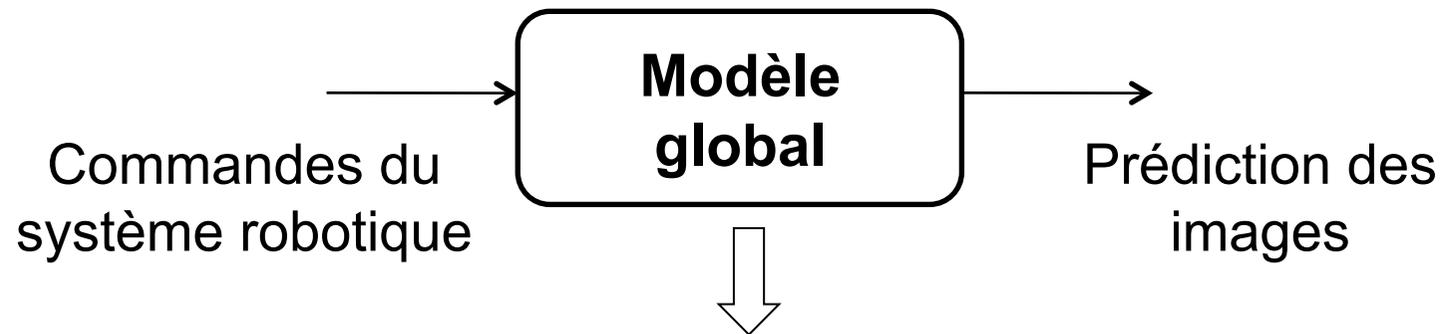
**Minimiser une erreur** dans **le plan image** en utilisant **un modèle** tout en tenant compte **de contraintes**

## ✓ Etapes de mise en œuvre de la CPV

- ✓ La trajectoire de référence : image de référence



- ✓ Le modèle



Modèle du système robotique + Modèle de la caméra

(bras manipulateur, robot mobile)

(système de vision)

## ✓ Le critère d'optimisation

- Partie relative à la poursuite de l'image de référence

$$J(u) = \sum_{j=k+1}^{k+N_p} (s_d(j) - s_m(j))^T Q (s_d(j) - s_m(j))$$

Q : matrice symétrique définie positive

$s_m$  : image prédite par le modèle global

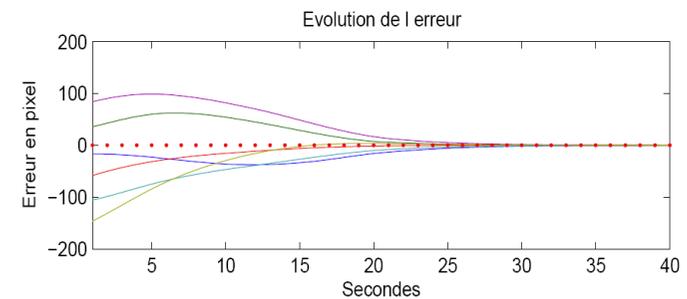
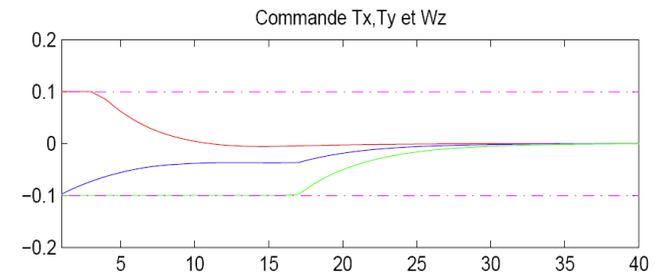
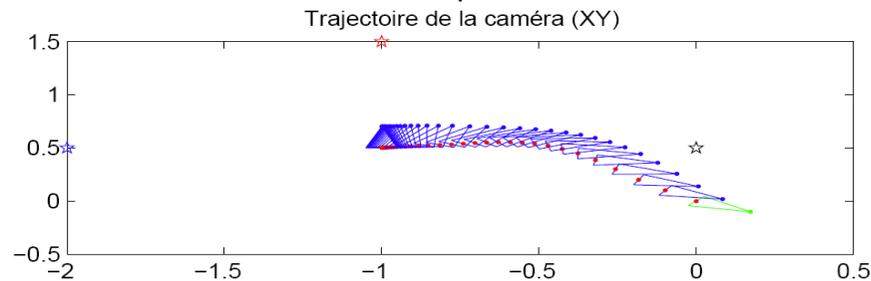
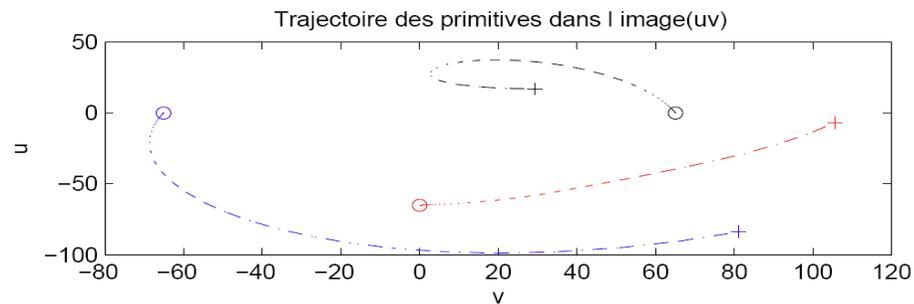
$s_d$  : image désirée (CMI)

- Partie relative aux contraintes (contraintes 2D, 3D)
  - sur les états
  - sur les sorties
  - sur les commandes

## ✓ CPV d'un bras manipulateur

### Contraintes visuelles

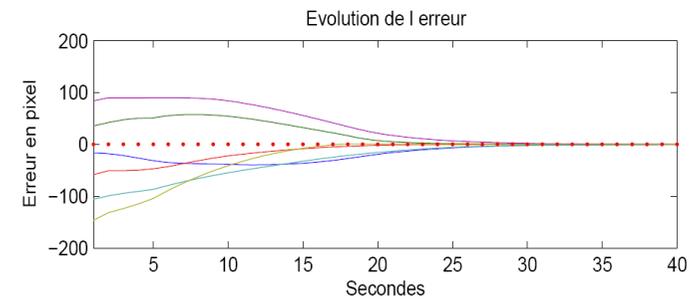
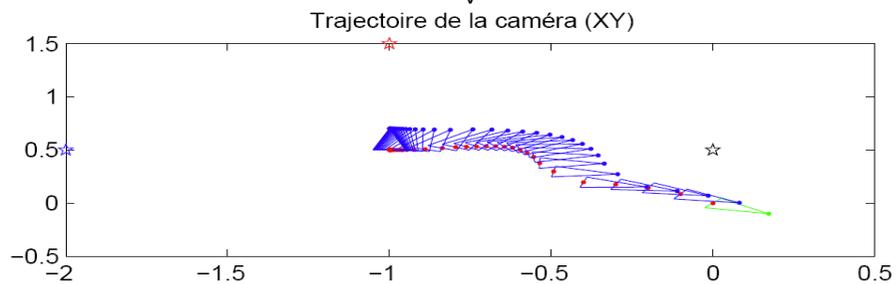
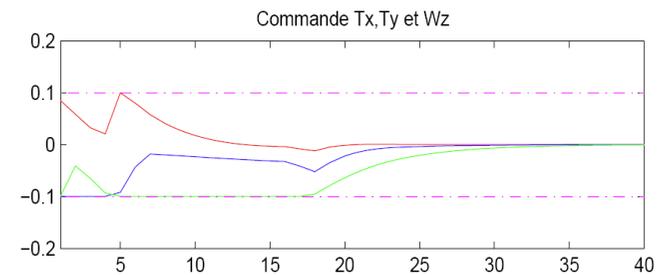
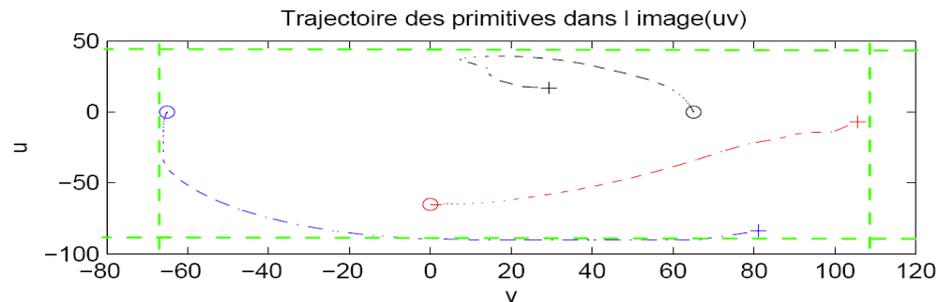
$$\begin{bmatrix} u_{\min} = -90 \\ v_{\min} = -65 \end{bmatrix}_{\min} \leq \text{image}_{\text{prédite}} \leq \begin{bmatrix} u_{\max} = 40 \\ v_{\max} = 110 \end{bmatrix}_{\max}$$



## ✓ CPV d'un bras manipulateur

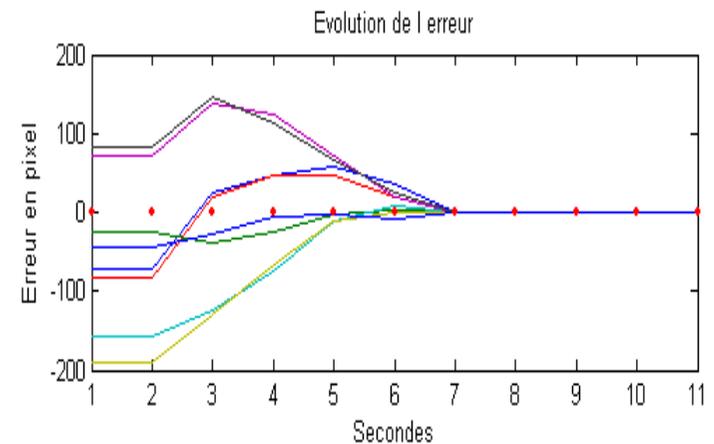
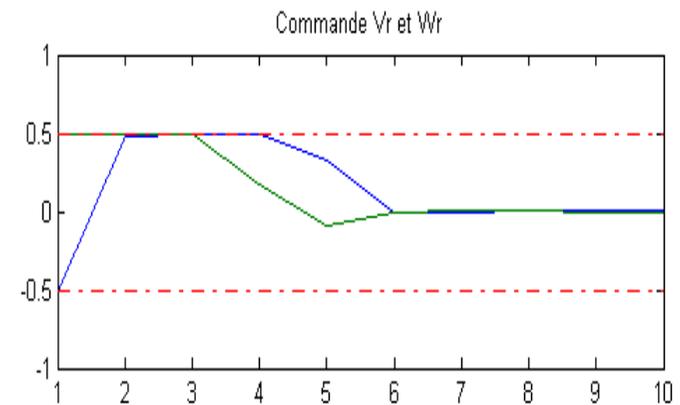
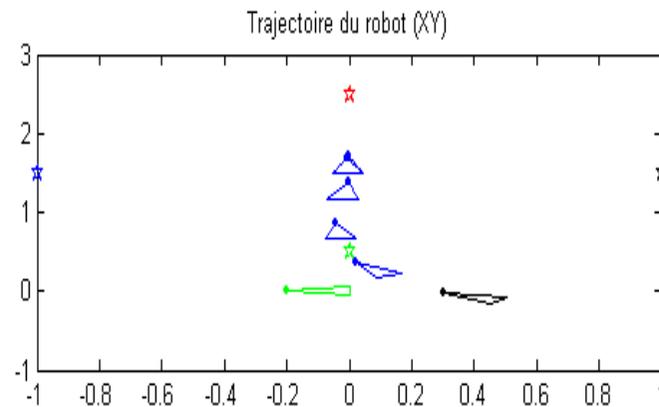
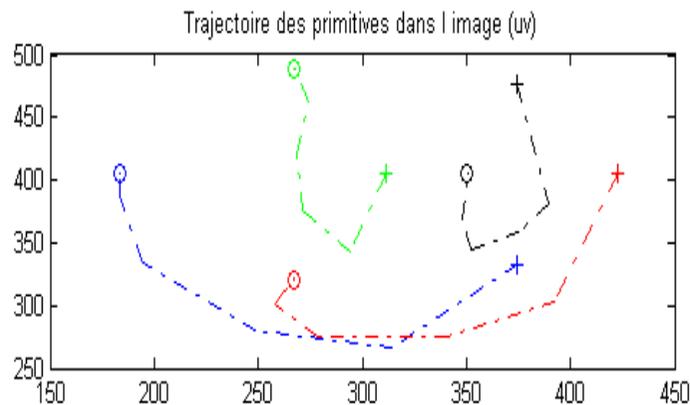
### Contraintes visuelles

$$\begin{bmatrix} u_{\min} = -90 \\ v_{\min} = -65 \end{bmatrix}_{\min} \leq \text{image}_{\text{prédite}} \leq \begin{bmatrix} u_{\max} = 40 \\ v_{\max} = 110 \end{bmatrix}_{\max}$$



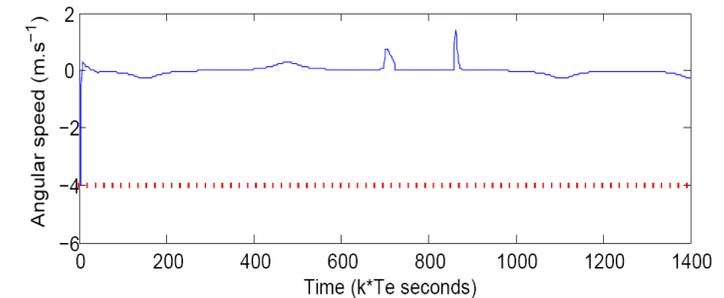
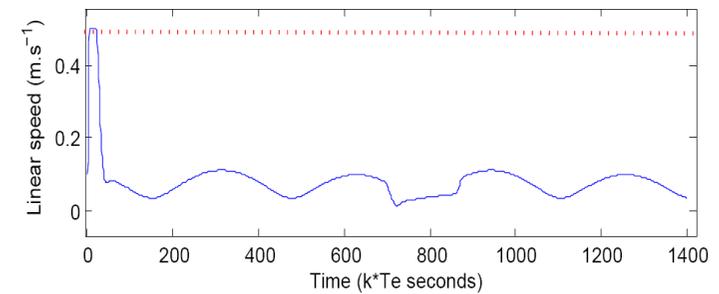
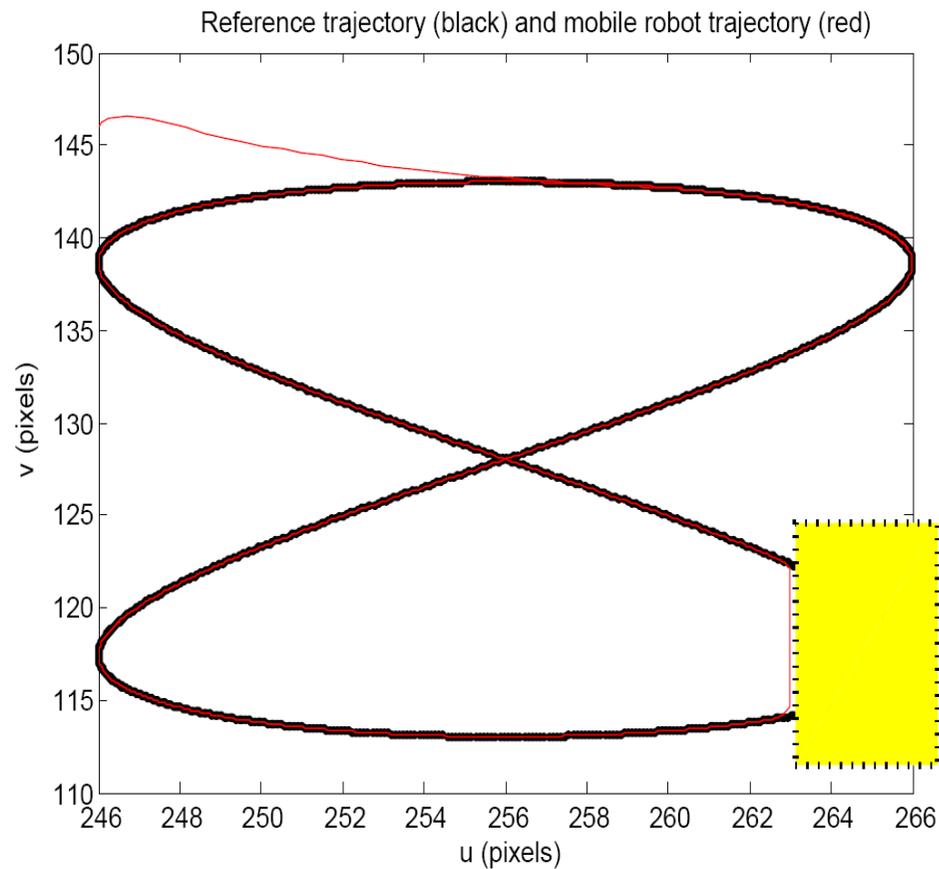
✓ **CPV sur un robot mobile**  
Stabilisation en un point fixe

**Rôle prépondérant de l'horizon de commande ( $N_c = 3$ )**



## ✓ CPV sur un robot mobile

### Poursuite de trajectoire avec obstacle



## PLAN

1 Commande prédictive

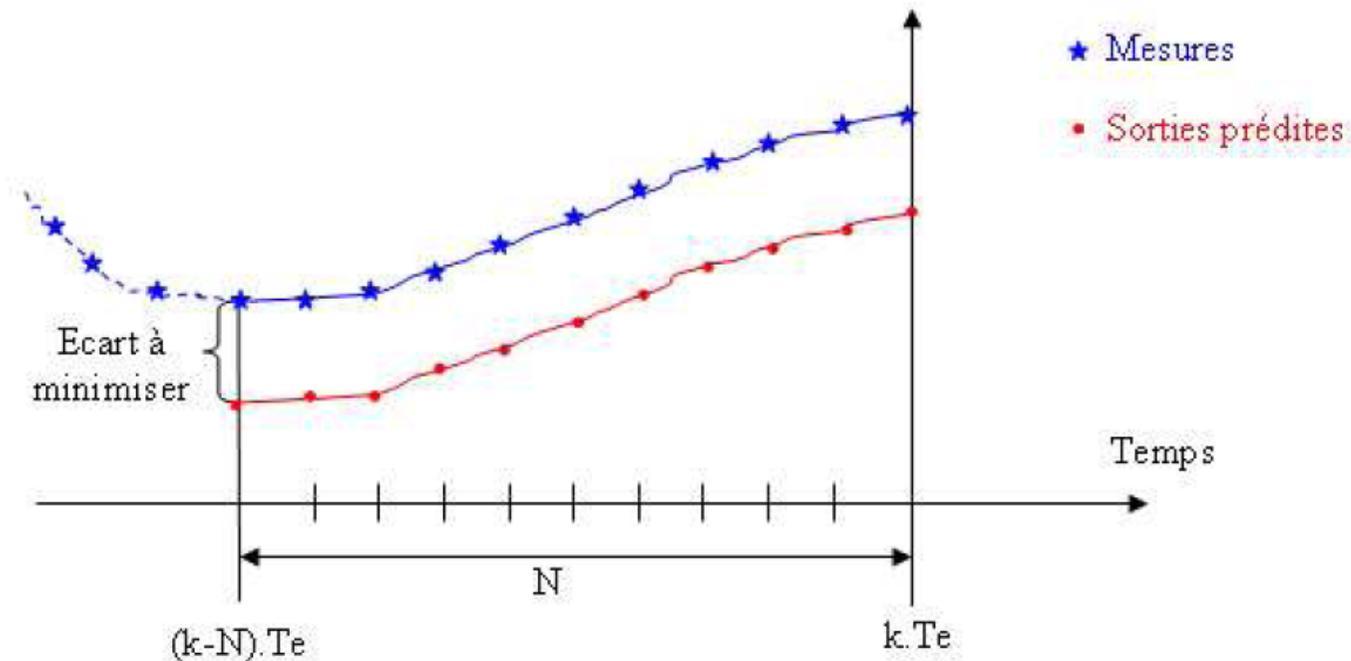
2 Exemple d'application

**3 Estimation sur horizon glissant**

- ✓ **Dénominations anglaises**
  - Moving Horizon Estimation (MHE)
  - Receding Horizon Estimation (RHE)
  
- ✓ **Approches développées**
  - Approche déterministe
  - Approche stochastique
  
- ✓ **Premiers travaux**
  - Moraal & Grizzle (1990, 1995)
  - Michalska & Mayne (1993, 1995)
  - Zimmer (1994)

## ✓ Cas déterministe

- ✓ Formulation en terme de problème de minimisation
- ✓ Horizon d'estimation = horizon fini, passé, glissant
- ✓ Schéma de principe



## ✓ Formulation mathématique

$$\min_{x[(k-N).Te]} J(x) = \sum_{j=(k-N).Te}^{k.Te} (y^*(j) - \hat{y}(j))^T Q (y^*(j) - \hat{y}(j))$$

avec :

$Te$	: période d'échantillonnage
$N$	: longueur de l'horizon d'estimation
$y^*(j)$	: sortie mesurée à l'instant $j$
$\hat{y}(j) = h(\hat{x}(j))$	: sortie estimée à l'instant $j$
$x[(k - N).Te]$	: estimé de l'état à l'instant $(k - N).Te$
$Q$	: matrice de pondération définie positive

Modèle discret non linéaire :

$$\begin{cases} x(k+1) = f(x(k), u(k)) \\ y(k) = h(x(k)) \end{cases}$$

**Sous les contraintes :**

$$\mathbf{x}_{\min} < \mathbf{x} < \mathbf{x}_{\max}$$

## ✓ Cas stochastique

- ✓ Prise en compte des bruits d'état et de mesures
- ✓ Formulation mathématique

$$\min_{x_0, \{w\}} J(x) = \sum_{j=0}^{k.T_e} v_j^T R^{-1} v_j + w_j^T Q^{-1} w_j + \underbrace{(x_0^* - x_0)^T P^{-1} (x_0^* - x_0)}_{\text{« arrival cost »}}$$

$T_e$  : période d'échantillonnage

$P$  : matrice de covariance de l'état estimé  $x_0^*$

$Q$  : matrice de covariance des bruits d'état

$R$  : matrice de covariance des bruits de mesure

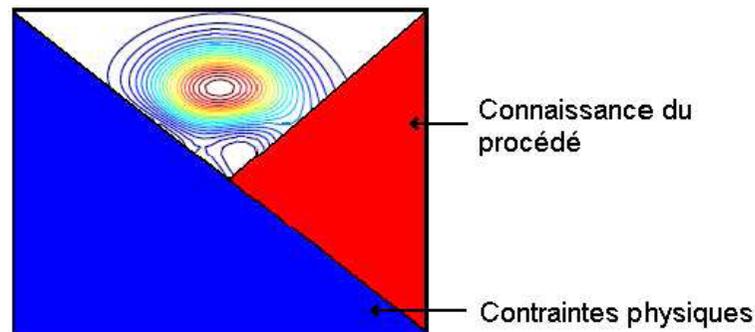
$x_0^*$  : estimé de l'état à l'instant  $(k - N).T_e$

## ✓ Les inconvénients

- ✓ Solution numérique
- ✓ Solution implicite
- ✓ Difficulté à prouver élégamment la convergence

## ✓ Les avantages

- ✓ Facilité de mise en oeuvre
- ✓ Pas de linéarisation
- ✓ Prise en compte de contraintes



## CPNL et MEA

### ✓ Les travaux existants

#### ☑ Réduction du temps de calcul

« Fast NMPC using set membership approximation », M. Canale, L. Fagiano, M. Milanese, IFAC WC, Seoul, Korea, July 2008.

« Set membership approximation theory for fast implementation of predictive control laws », M. Canale, L. Fagiano, M. Milanese, Automatica 45 (2009).

#### ☑ Solution explicite dans le cas contraint

« Nonlinear model predictive control with polytopic invariant sets », M. Cannon, V. Deshmukh, B. Kouvaritakis, Automatica 39 (2003).

« Piecewise quadratic Lyapunov functions for stability verification of approximate explicit MPC », M. Hovd, S. Olaru, In *Modeling, Identification and Control*, 31(2) , 2010.

## ✓ Les travaux existants (suite)

### ✓ Estimation pour la commande prédictive

«Zonotopic Guaranteed state estimation for uncertain systems», V. T. H. Le, C. Stoica, T. Alamo, E.F. Camacho, D. Dumur . Automatica, V 49 n°11, pp 3418-3424, 2013.

### ✓ Modèle ensembliste et CPNL

« Nonlinear model predictive control from data: a set membership approach », M. Canale, L. Fagiano and M. C. Signorile, IJ of Robust and Nonlinear Control, Vol 24, 2014.

## Problèmes ouverts :

stabilité, faisabilité, robustesse,  
domaine d'application