

Robustification hors-ligne des lois de commande prédictive : Comparaison de deux techniques



Cristina Stoica*
Pedro Rodríguez-Ayerbe*
Didier Dumur*
Le Feng**

** SUPELEC, Département Automatique
Gif-sur-Yvette, France*

***Université de Sciences et Technologies de Norvège
Trondheim, Norvège*

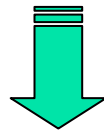
GT CPNL, 22-01-2009

- **Introduction**
- MPC Multivariable
- Robustification avec le paramètre de Youla
 - Robustesse face aux incertitudes non structurées
 - Robustesse face à une description polytopique du système
- Résolution du problème d'optimisation bilinéaire
 - Recherche directe du paramètre (méthode itérative)
 - Recherche indirecte via un changement de variable
- Application à un réacteur-mélangeur chimique
- Conclusions

- Méthodologie hors-ligne pour robustification des lois de commande prédictive des systèmes multivariables

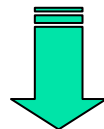
Point de
début

- Correcteur prédictif initial, stabilisant pour un système multivariable



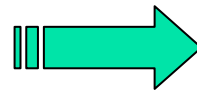
But

- Robustification du correcteur initial par l'optimisation convexe de la paramétrisation de Youla



Signifi-
cation

- Méthodologie hors ligne pour garantir la stabilité robuste (incertitudes non structurées et polytopiques) et des performances nominales imposées (rejet des perturbations)



LMI

✓ Introduction

■ MPC Multivariable

- *Modèle du système*
- *Equation de prédiction*
- *Fonction de coût*
- *Synthèse de la loi de commande prédictive*

- Robustification avec le paramètre de Youla
- Résolution du problème d'optimisation bilinéaire
- Application à un réacteur-mélangeur chimique
- Conclusions

- Modèle de description (Système MIMO $m \times p$)

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A} \mathbf{x}(k) + \mathbf{B} \mathbf{u}(k) \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{C} \mathbf{x}(k) \end{cases} \text{ avec } \mathbf{A} \in \mathbf{R}^{n \times n}, \mathbf{B} \in \mathbf{R}^{n \times m}, \mathbf{C} \in \mathbf{R}^{p \times n}$$

- Annulation de l'erreur statique

$$\mathbf{u}(k) = \mathbf{u}(k-1) + \Delta \mathbf{u}(k)$$

$$\begin{cases} \mathbf{x}_e(k+1) = \mathbf{A}_e \mathbf{x}_e(k) + \mathbf{B}_e \Delta \mathbf{u}(k) \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{C}_e \mathbf{x}_e(k) \end{cases}$$

Espace d'état augmenté $\mathbf{x}_e(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ \mathbf{u}(k-1) \end{bmatrix}$

- Prédiction des sorties futures

$$\hat{\mathbf{y}}(k+i) = \mathbf{C} \mathbf{A}^i \mathbf{x}(k) + \sum_{j=0}^{i-1} \mathbf{C} \mathbf{A}^{i-j-1} \mathbf{B} \underbrace{\left[\mathbf{u}(k-1) + \sum_{l=0}^j \Delta \mathbf{u}(k+l) \right]}_{\mathbf{u}(k+j)}$$

- Observateur

$$\hat{\mathbf{x}}_e(k+1) = \mathbf{A}_e \hat{\mathbf{x}}_e(k) + \mathbf{B}_e \Delta \mathbf{u}(k) + \mathbf{K}[\mathbf{y}(k) - \mathbf{C}_e \hat{\mathbf{x}}_e(k)]$$

- Minimisation d'une fonction de coût quadratique

$$J = \sum_{i=N_1}^{N_2} \|\hat{\mathbf{y}}(k+i) - \mathbf{y}_r(k+i)\|_{\tilde{\mathbf{Q}}_J(i)}^2 + \sum_{i=0}^{N_u-1} \|\Delta \mathbf{u}(k+i)\|_{\tilde{\mathbf{R}}_J(i)}^2$$

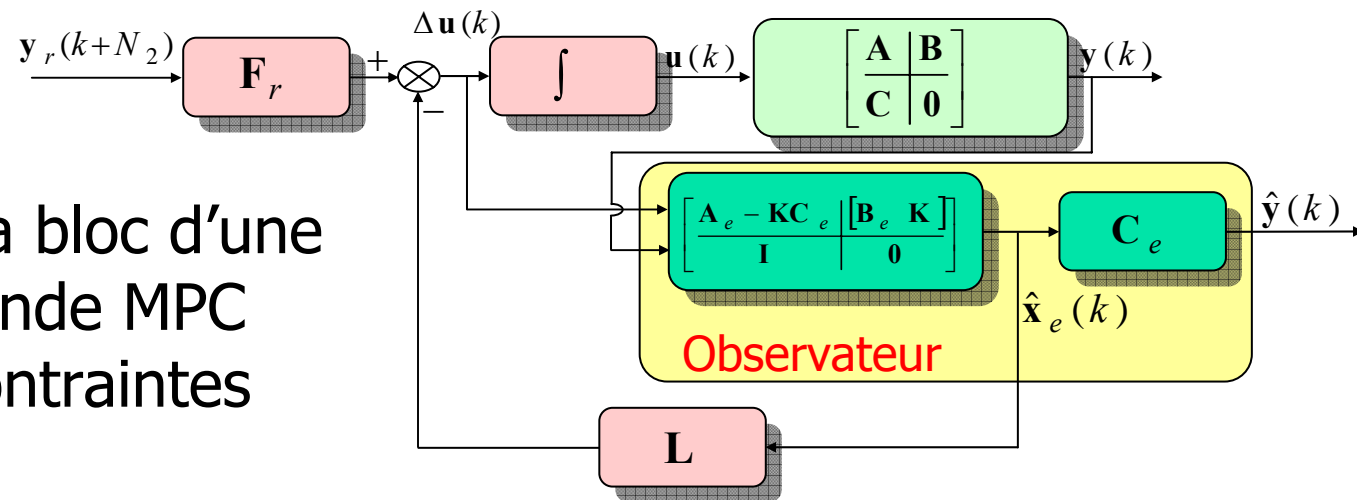
Horizons de prédiction sur la sortie

Pondérations

Horizon de prédiction sur la commande

Avec $\Delta \mathbf{u}(k+i) = 0, \forall i \geq N_u$

- Schéma bloc d'une commande MPC sans contraintes



- ✓ Introduction
- ✓ MPC Multivariable
- **Robustification avec le paramètre de Youla**
 - Robustesse face aux incertitudes non structurées
 - Robustesse face à une description polytopique du système
- Résolution du problème d'optimisation bilinéaire
- Application à un réacteur-mélangeur chimique
- Conclusions

Robustification avec le paramètre de Youla

- Contrôleur initial stabilisant K_0



- Ensemble de contrôleurs K_s stabilisants

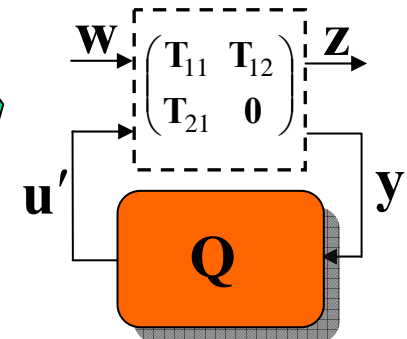
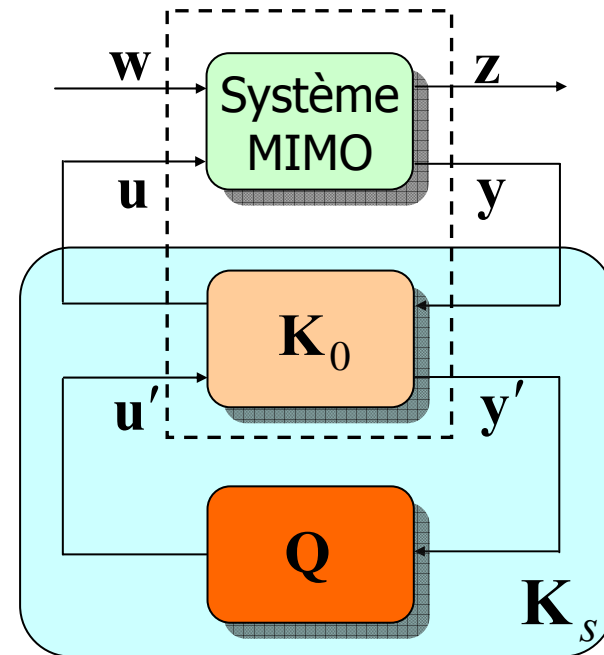
$$Q \in \mathcal{RH}_\infty \quad Q$$

Dépendance affine en

$$T_{zw} = T_{11} + T_{12}QT_{21}$$

$$Q = ?$$

Spécifications convexes en boucle fermée

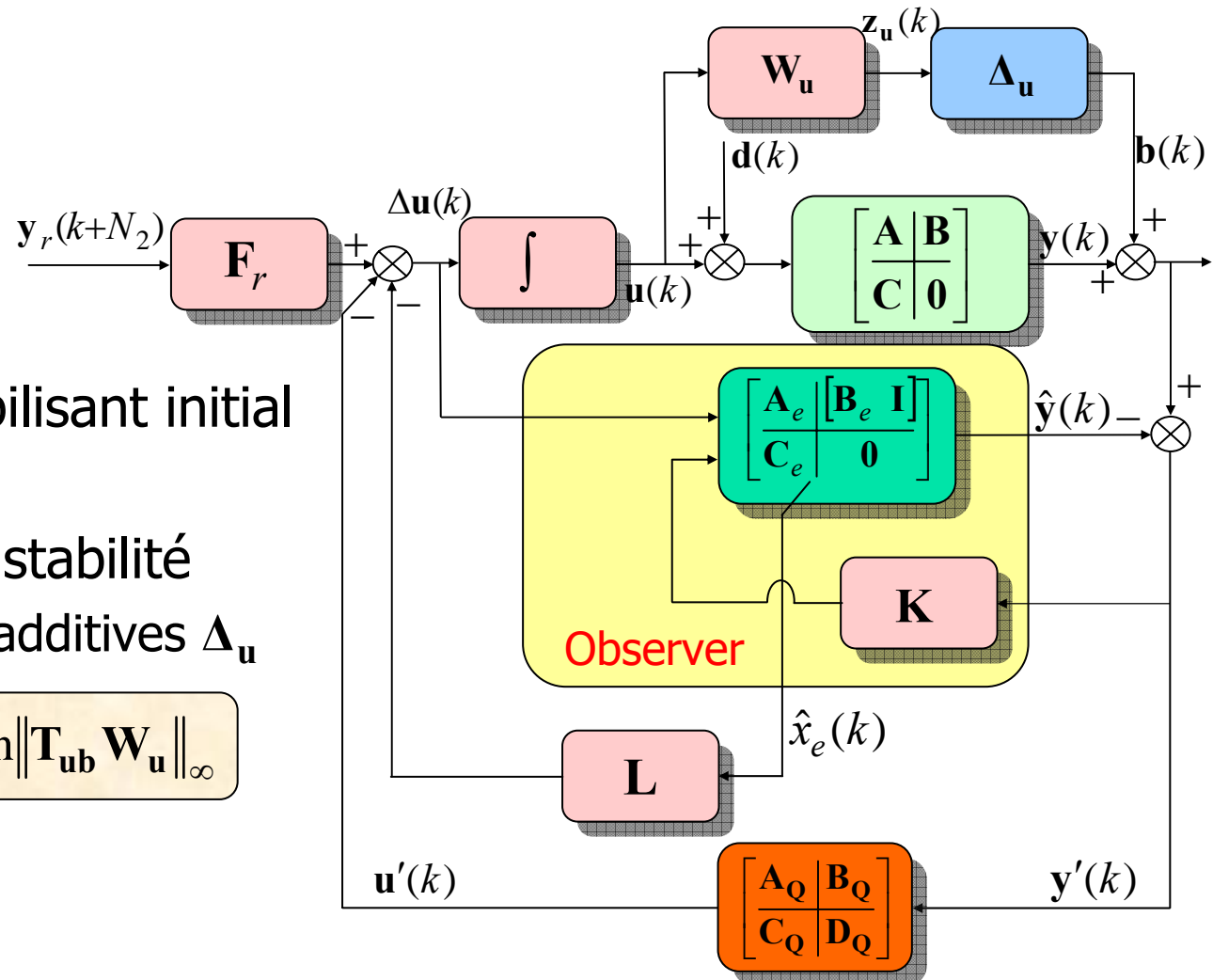


Robustification avec le paramètre de Youla

- Schéma bloc de la commande MPC avec le paramètre Q

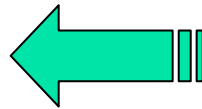
- Correcteur stabilisant initial
 - MIMO MPC
- Robustesse en stabilité
 - Incertitudes additives Δ_u

$$\min \|T_{z_u b}\|_\infty = \min \|T_{ub} W_u\|_\infty$$

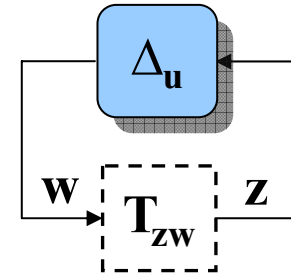


- Robustification face aux incertitudes non structurées Δ_u

$$\min_{Q \in \mathcal{RH}_\infty} \|T_{zw}\|_\infty$$



Théorème du petit gain



- Théorème

Un système discret $(A_{cl}, B_{cl}, C_{cl}, D_{cl})$ est stable et admet une norme H_∞ inférieure à un niveau γ si et seulement si

$$\exists X_1 = X_1^T \succ 0 / \begin{bmatrix} -X_1^{-1} & A_{cl} & B_{cl} & 0 \\ * & -X_1 & 0 & C_{cl}^T \\ * & * & -\gamma I & D_{cl}^T \\ * & * & * & -\gamma I \end{bmatrix} \prec 0$$

- Nouveau problème d'optimisation

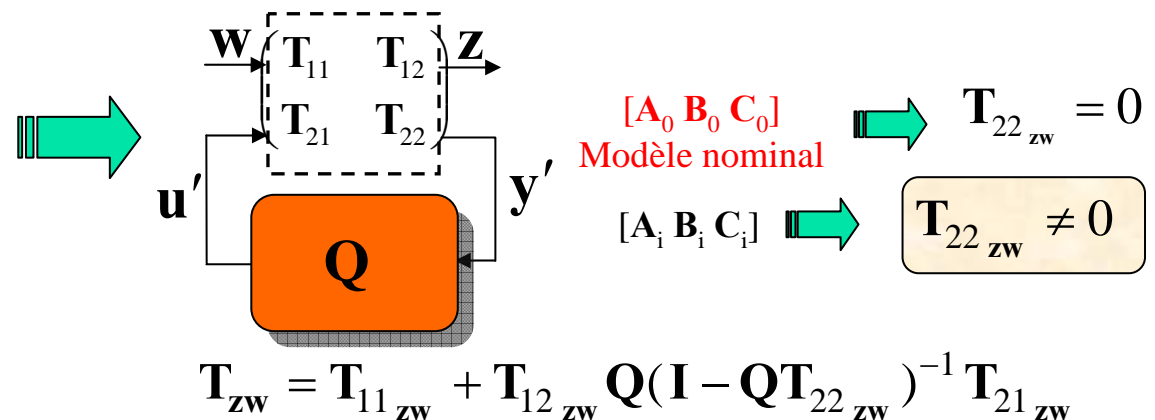
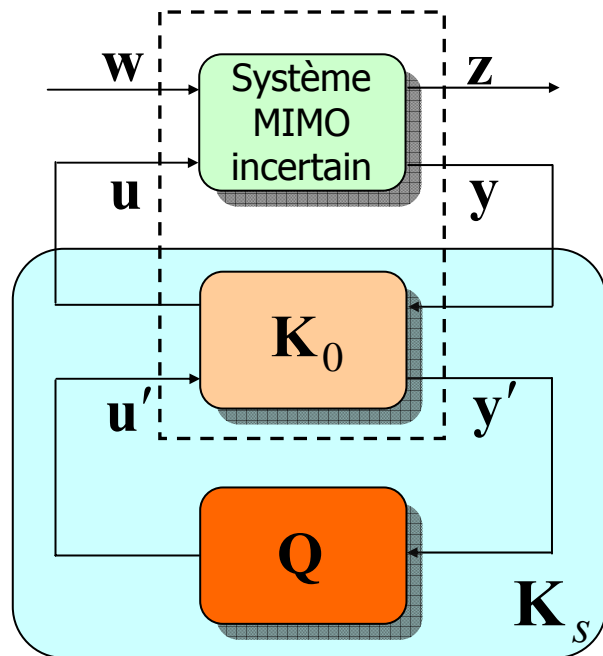
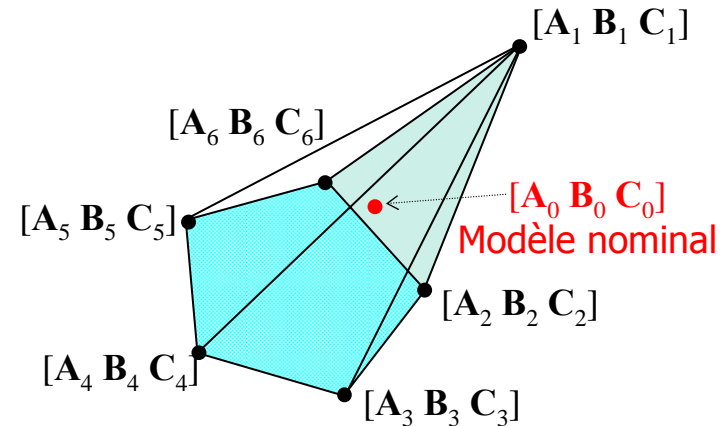
$$\min_{LMI_1} \gamma$$



Transformation en LMI1

■ Stabilité dans une description polytopique du système

Garantir la stabilité dans l'espace polytopique est équivalent à garantir la stabilité dans les sommets du polytope.



- Addition d'une condition de stabilité sur chaque sommet du polytope.

Problème : on arrive à un problème BMI

$$\min_{\mathbf{X}_{2i}, \mathbf{Q}} \|\mathbf{W}_u \mathbf{T}_{ub}\|_{\infty} \quad s.t. \quad \begin{bmatrix} -\mathbf{X}_{2i} & \mathbf{X}_{2i} \mathbf{A}_{cl,i}(\mathbf{Q}) \\ * & -\mathbf{X}_{2i} \end{bmatrix} \prec 0, i=\overline{1,l} \\
 \mathbf{X}_{2i} = \mathbf{X}_{2i}^T \succ 0$$

→

$$\min_{LMI_0, BMI_i, i=\overline{1,l}} \gamma$$

$$\min \gamma \quad s.t. \quad \begin{cases} \mathbf{X}_1 = \mathbf{X}_1^T \succ 0 / \begin{bmatrix} -\mathbf{X}_1^{-1} & \mathbf{A}_{cl_0}(\mathbf{Q}) & \mathbf{B}_{cl_0}(\mathbf{Q}) & \mathbf{0} \\ * & -\mathbf{X}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{C}_{cl_0}^T(\mathbf{Q}) \\ * & * & -\gamma \mathbf{I} & \mathbf{D}_{cl_0}^T(\mathbf{Q}) \\ * & * & * & -\gamma \mathbf{I} \end{bmatrix} \prec 0 \\ \mathbf{X}_{2i} = \mathbf{X}_{2i}^T \succ 0 / \begin{bmatrix} -\mathbf{X}_{2i} & \mathbf{X}_{2i} \mathbf{A}_{cl,i}(\mathbf{Q}) \\ * & -\mathbf{X}_{2i} \end{bmatrix} \prec 0, i=\overline{1,l} \end{cases}$$

- ✓ Introduction
- ✓ MPC Multivariable
- ✓ Robustification avec le paramètre de Youla
- **Résolution du problème d'optimisation bilinéaire**
 - Recherche directe du paramètre (méthode itérative)
 - Recherche indirecte via un changement de variable
- Application à un réacteur-mélangeur chimique
- Conclusions

- Recherche directe du paramètre (méthode itérative)
 - Changement de variable (proposé par C. Scherer)

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbb{R}^{n \times n} \rightarrow \mathbb{R}^{n \times n} \\ \mathbf{X}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_1 & \mathbf{Z}_1 \\ \mathbf{Z}_1^T & \mathbf{Y}_1 \end{bmatrix} \mapsto \begin{bmatrix} \mathbf{R}_1 & \mathbf{S}_1 \\ \mathbf{S}_1^T & \mathbf{T}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_1^{-1} & -\mathbf{W}_1^{-1}\mathbf{Z}_1 \\ -\mathbf{Z}_1^T\mathbf{W}_1^{-1} & \mathbf{Y}_1 - \mathbf{Z}_1^T\mathbf{W}_1^{-1}\mathbf{Z}_1 \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \mathbf{X}_1 \succ 0, \\ \mathbf{R}_1 \succ 0, \mathbf{T}_1 \succ 0 \end{array}$$

- Après quelques manipulations

$$\begin{array}{l} \boxed{\min \gamma} \\ s.t. \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{X}_1 = \mathbf{X}_1^T \succ 0 / \begin{bmatrix} -\mathbf{X}_1^{-1} & \mathbf{A}_{cl_0}(\mathbf{Q}) & \mathbf{B}_{cl_0}(\mathbf{Q}) & \mathbf{0} \\ * & -\mathbf{X}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{C}_{cl_0}^T(\mathbf{Q}) \\ * & * & -\gamma \mathbf{I} & \mathbf{D}_{cl_0}^T(\mathbf{Q}) \\ * & * & * & -\gamma \mathbf{I} \end{bmatrix} \prec 0 \\ \mathbf{X}_{2i} = \mathbf{X}_{2i}^T \succ 0 / \begin{bmatrix} -\mathbf{X}_{2i} & \mathbf{X}_{2i} \mathbf{A}_{cl,i}(\mathbf{Q}) \\ * & -\mathbf{X}_{2i} \end{bmatrix} \prec 0, i=1, \bar{l} \end{array} \right. \quad \Rightarrow \text{LMI1}$$

$$\min \gamma$$

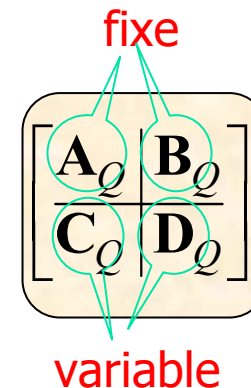
s.t. LMI_1, BMI_i

LMI_1

$$\begin{bmatrix} -R_1 & 0 & 0 & \bar{A}_1 R_1 & \bar{A}_1 S_{11} & -S_{11} A_2 & -S_{12} B_Q C_e + \bar{A}_3 - \bar{B}_{u1} D_Q C_e & \bar{A}_1 S_{12} & -S_{12} A_Q & -\bar{B}_{u1} C_Q & -\bar{B}_{u1} D_Q + S_{11} K - S_{12} B_Q & 0 \\ * & -T_{11} & -T_{12} & 0 & T_{11} A_2 + T_{12} B_Q C_e & T_{12} A_Q & -T_{11} K + T_{12} B_Q & T_{12} A_Q & -T_{11} K + T_{12} B_Q & -T_{11} K + T_{12} B_Q & 0 \\ * & * & -T_{22} & 0 & T_{12}^T A_2 + T_{22} B_Q C_e & T_{22} A_Q & -T_{12}^T K + T_{22} B_Q & T_{22} A_Q & -T_{12}^T K + T_{22} B_Q & -T_{12}^T K + T_{22} B_Q & 0 \\ \hline * & * & * & -R_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_1 C_1^T \\ * & * & * & * & -T_{11} & -T_{12} & 0 & -T_{11} & -T_{12} & 0 & S_{11}^T C_1^T + C_2^T - C_e^T D_Q^T D_w^T \\ * & * & * & * & * & -T_{22} & 0 & -T_{12} & -T_{22} & 0 & S_{12}^T C_1^T - C_Q^T D_w^T \\ \hline * & * & * & * & * & * & -\gamma I & * & * & -\gamma I & -D_Q^T D_w^T \\ \hline * & * & * & * & * & * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix} \prec 0$$

BMI_i $X_{2i} = X_{2i}^T \succ 0 / \begin{bmatrix} -X_{2i} & X_{2i} A_{cl,i}(Q) \\ * & -X_{2i} \end{bmatrix} \prec 0, i=1, \bar{l}$

- Variables de décision : $R, S, T, C_Q, D_Q, \gamma$



- Solution sous-optimale

- $\min_{LMI_0} \gamma$

- Scénario en 3 étapes

- Augmenter le domaine de stabilité

- $\min_{LMI_0, LMI_{CS}} c_1 \gamma + c_2 \gamma_{CS} \implies Q^*$

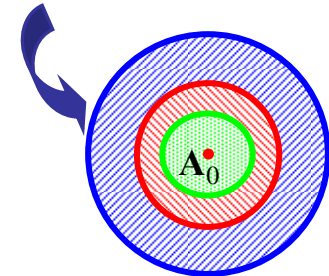
- Convertir les contraintes BMI en LMI

- $BMI_i(X_{2i}, Q) \xrightarrow{Q=Q^*} LMI_{B,i}(X_{2i}) \implies \min_{LMI_{B,i}, i=1, \dots, l} \sum_{i=1}^l tr(X_{2i}) \implies X_{2i}^*$

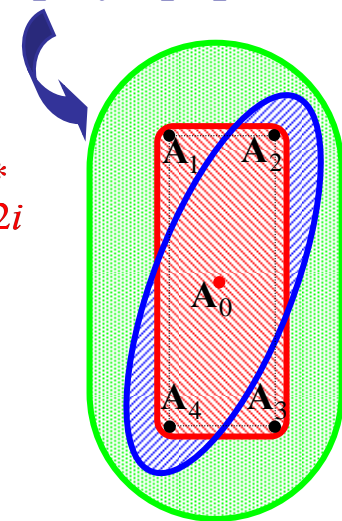
- Convertir les contraintes BMI en LMI et résoudre le problème initial

- $BMI_i(X_{2i}, Q) \xrightarrow{X_{2i}=X_{2i}^*} LMI_{B,i}(Q) \implies \min_{LMI_0, LMI_{B,i}, i=1, \dots, l} \gamma$

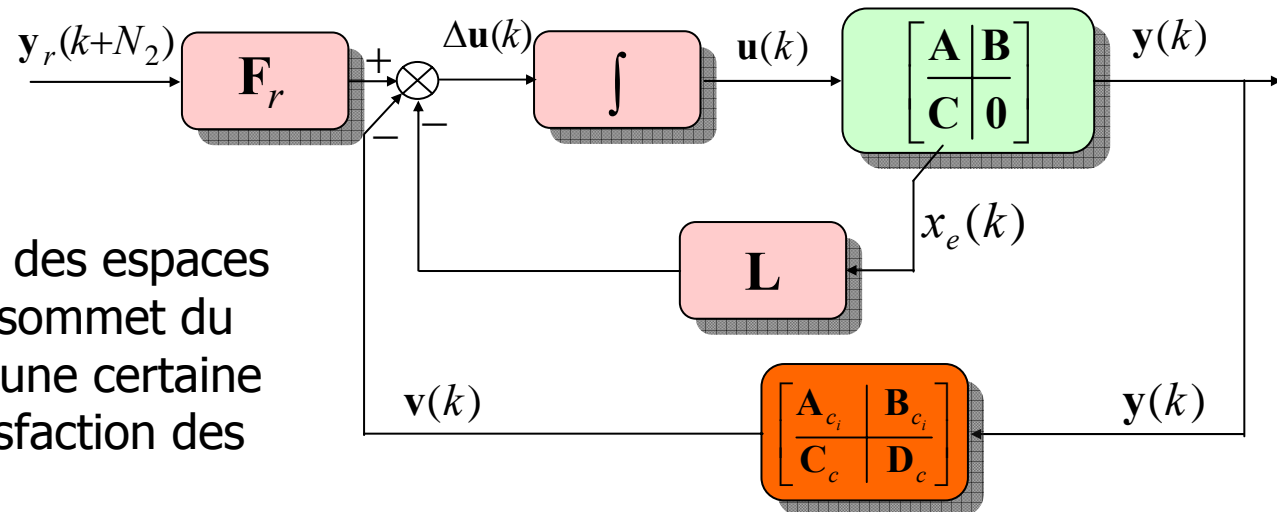
Domaine de stabilité qualitatif :
incertitudes additives



Domaine de stabilité qualitatif :
incertitudes polytopiques



- Recherche indirecte via un changement de variable
- Schéma bloc de la commande MPC



- Hors-ligne : recherche des espaces invariants sur chaque sommet du polytope garantissant une certaine performance et la satisfaction des contraintes

$$x = \begin{pmatrix} x_e \\ x_c \end{pmatrix} \quad x^T P_i^{-1} x \leq 1 \quad A_{c_i}, B_{c_i}, P_i$$

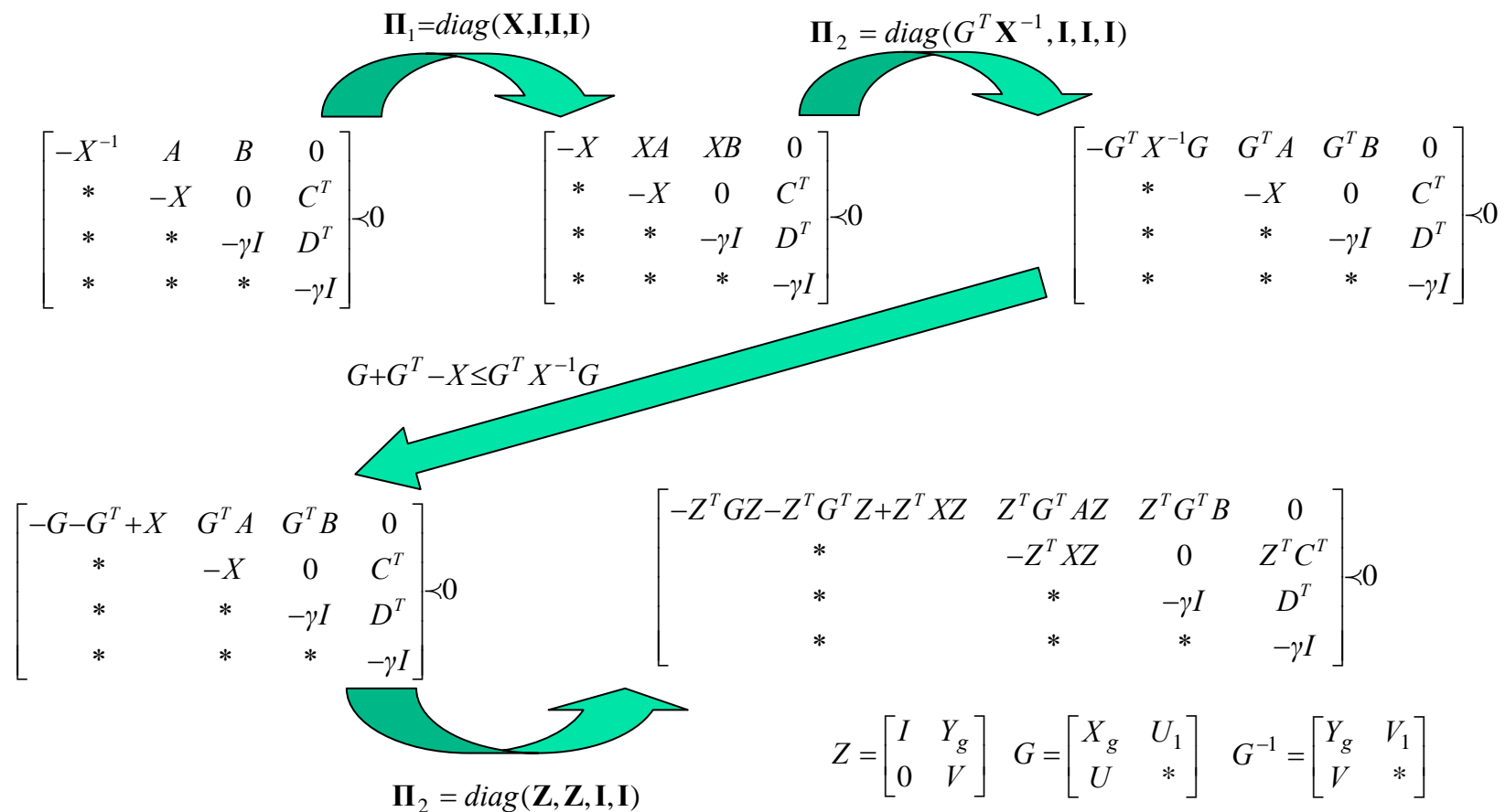
- En ligne :

$$\min_{x_c} x_c^T W_c x_c$$

$$s.t. \begin{pmatrix} 1 & x^T \\ * & P_i \end{pmatrix} \geq 0 \quad i=1, \bar{l}$$

$$u(k) = -Lx_e(k) - C_c x_c(k) - D_c y(k)$$

- Recherche indirecte via un changement de variable
 - Les transformations suivantes sont considérées:



$$\text{LMI}_1 \left[\begin{array}{cccccc}
 -X_g - X_g^T + P_{11} & -N^T - I + P_{21} & X_g^T A + S^T C_{y'} & R^T & S^T D_{by}^T + X_g B_b & 0 \\
 * & -Y_g - Y_g^T + P_{22} & A + B_{u'} D_Q C_{y'} & A Y_g + B_{u'} T^T & B_{u'} D_Q D_{by} + B_b & 0 \\
 * & * & -P_{11} & -P_{21} & 0 & C_z^T + C_{y'}^T D_Q^T D_{uz}^T \\
 * & * & * & -P_{22} & 0 & Y_g^T C_z^T + T D_{uz}^T \\
 * & * & * & * & -\mathcal{A} & C_{bz}^T + C^T D_Q^T D_{uz}^T \\
 * & * & * & * & * & -\mathcal{A}
 \end{array} \right] \prec 0$$

- Nouvelles variables regroupant les termes non linéaires :

$$\begin{aligned}
 N &= Y_g^T X_g + V^T U \\
 R &= Y_g^T \left[A^T + C_{y'}^T D_Q^T B_{u'}^T \right] X_g + V^T C_Q^T B_{u'}^T X_g + Y_g^T C_{y'}^T B_Q^T U + V^T A_Q^T U \\
 S &= D_Q^T B_{u'}^T X_g + B_Q^T U \\
 T &= Y_g^T C_{y'}^T D_Q^T + V^T C_Q^T
 \end{aligned}$$

- Variables de décision : $X_g, Y_g, N, R, S, T, D_Q, \gamma, P_{11}, P_{12}, P_{22}$
- Obtention du paramètre de Youla à partir des variables de décision

- Recherche indirecte via un changement de variable

$$\begin{array}{l}
 \boxed{\min \gamma} \\
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \text{s.t.} \\
 \begin{array}{l}
 \mathbf{X}_1 = \mathbf{X}_1^T \succ 0 \\
 \mathbf{X}_{2i} = \mathbf{X}_{2i}^T \succ 0, \quad i = \overline{1, l}
 \end{array}
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \left[\begin{array}{cccc}
 -\mathbf{X}_1^{-1} & \mathbf{A}_{cl_0}(\mathbf{Q}) & \mathbf{B}_{cl_0}(\mathbf{Q}) & \mathbf{0} \\
 * & -\mathbf{X}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{C}_{cl_0}^T(\mathbf{Q}) \\
 * & * & -\gamma \mathbf{I} & \mathbf{D}_{cl_0}^T(\mathbf{Q}) \\
 * & * & * & -\gamma \mathbf{I}
 \end{array} \right] \prec 0 \\
 \left[\begin{array}{cc}
 -\mathbf{X}_{2i} & \mathbf{X}_{2i} \mathbf{A}_{cl,i}(\mathbf{Q}) \\
 * & -\mathbf{X}_{2i}
 \end{array} \right] \prec 0, \quad i = \overline{1, l}
 \end{array}
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \xrightarrow{\text{red arrow}} LMI_1 \\
 \xrightarrow{\text{green arrow}} LMI_i, \quad i = \overline{1, l}
 \end{array}$$

Problème : on obtient un correcteur stabilisant pour chaque sommet, autrement le problème n'est pas linéaire

Solution : Imposer différentes variables R et S à chaque LMI

$$\begin{aligned}
 R_i &= R + Y_g^T (A_i^T - A^T) X_g \\
 S_i &= S + D_Q^T (B_{u'i}^T - B_{u'}^T) X_g
 \end{aligned}$$

■ Recherche indirecte via un changement de variable

$$\begin{array}{l}
 \boxed{\min \gamma} \\
 \left. \begin{array}{l}
 \text{s.t.} \\
 \mathbf{X}_1 = \mathbf{X}_1^T \succ 0 \\
 \mathbf{X}_{2i} = \mathbf{X}_{2i}^T \succ 0 /
 \end{array} \right\}
 \begin{array}{l}
 \left[\begin{array}{cccc}
 -\mathbf{X}_1^{-1} & \mathbf{A}_{cl_0}(\mathbf{Q}) & \mathbf{B}_{cl_0}(\mathbf{Q}) & \mathbf{0} \\
 * & -\mathbf{X}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{C}_{cl_0}^T(\mathbf{Q}) \\
 * & * & -\gamma \mathbf{I} & \mathbf{D}_{cl_0}^T(\mathbf{Q}) \\
 * & * & * & -\gamma \mathbf{I}
 \end{array} \right] \prec 0 \\
 \left[\begin{array}{cc}
 -\mathbf{X}_{2i} & \mathbf{X}_{2i} \mathbf{A}_{cl,i}(\mathbf{Q}) \\
 * & -\mathbf{X}_{2i}
 \end{array} \right] \prec 0, i=1, \bar{l}
 \end{array}
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \xrightarrow{\text{red arrow}} \text{LMI}_1 \\
 (X_g, Y_g, N, R, S, T, D_Q, \gamma, P_{11}, P_{12}, P_{22}) \\
 \\
 \xrightarrow{\text{green arrow}} \text{BMI}_i, i=1, \bar{l} \\
 (X_g, Y_g, N, R, S, T, D_Q, P_{11i}, P_{12i}, P_{22i})
 \end{array}
 \end{array}$$

Résoudre avec méthode proposée par *Hassibi et al. (1999)*, *Ostertag (2008)* :

- Trouver un point faisable $X_{g_0}, Y_{g_0}, D_{Q_0}$
- Itérer avec des petits déplacements à partir de ce point

$$X_g = X_{g_0} + \delta X_g$$

$$Y_g = Y_{g_0} + \delta Y_g$$

$$D_Q = D_{Q_0} + \delta D_Q$$

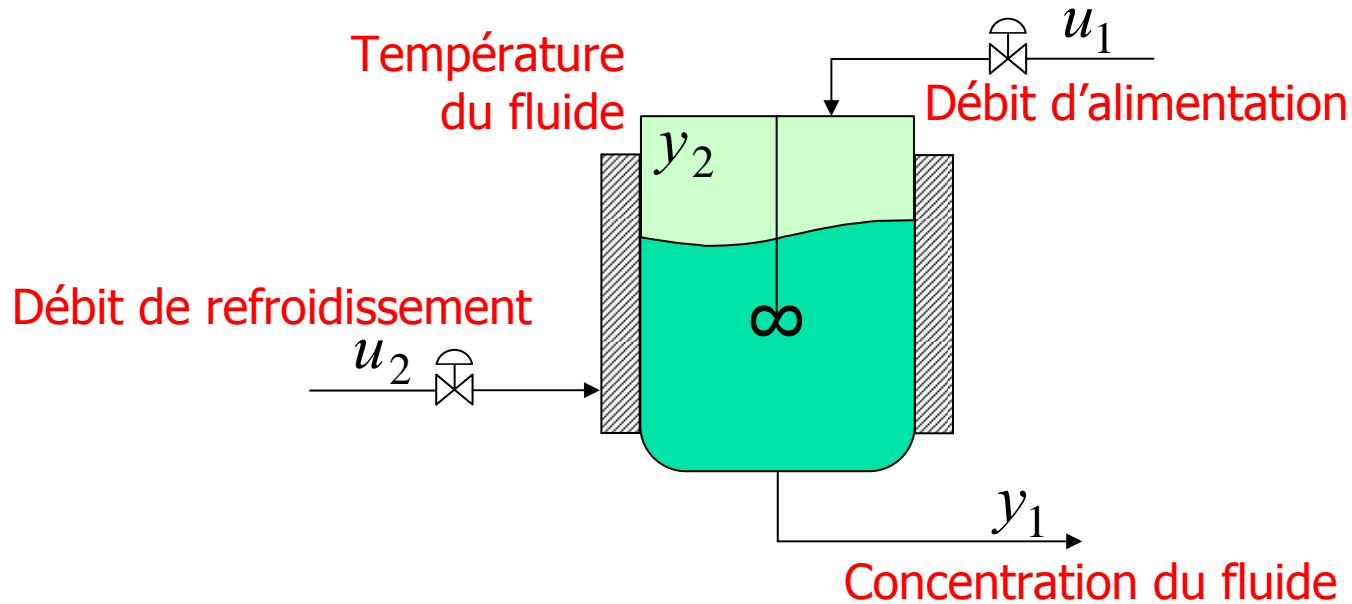
- ✓ Introduction
- ✓ MPC Multivariable
- ✓ Robustification avec le paramètre de Youla
- ✓ Résolution du problème d'optimisation bilinéaire

- **Application à un réacteur-mélangeur chimique**

- *Description du système & paramètres MPC*
- *Robustesse en stabilité face à des incertitudes additives et polytopiques*

- **Conclusions**

Application à un réacteur-mélangeur chimique



- Modèle simplifié d'un réacteur-mélangeur chimique

$$\begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1+0.7s} & \frac{5}{1+0.3s} \\ 1 & 2 \\ 1+0.5s & 1+0.4s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \end{bmatrix}$$

$T_s = 0.03 \text{ min}$

State-space representation

$n = 4, m = 2, p = 2$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_0 & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

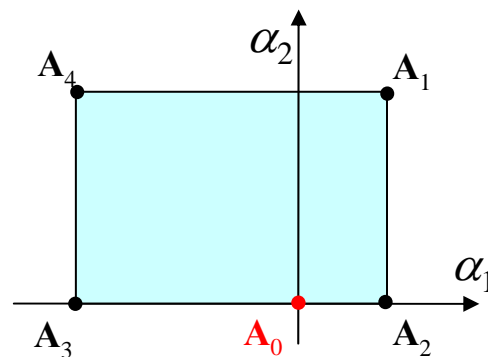
■ Modèle discret

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0,9580 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,9418 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,9048(1+\alpha_2) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,9277(1+\alpha_1) \end{bmatrix} \quad \mathbf{B}_0^T = \begin{bmatrix} 0,25 & 0,25 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,25 & 0,25 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_0 = \begin{bmatrix} 0,1678 & 0 & 0,9516 & 0 \\ 0 & 0,2329 & 0 & 0,2890 \end{bmatrix}$$

$$\alpha_1 \in [-0,3 \quad 0,04] = [\underline{\alpha}_1 \quad \bar{\alpha}_1]$$

$$\alpha_2 \in [0 \quad 0,23] = [\underline{\alpha}_2 \quad \bar{\alpha}_2]$$



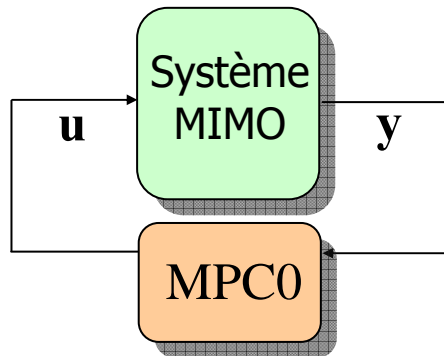
$$\mathbf{A}_1 \Rightarrow \alpha_1 = \bar{\alpha}_1, \alpha_2 = \bar{\alpha}_2$$

$$\mathbf{A}_2 \Rightarrow \alpha_1 = \bar{\alpha}_1, \alpha_2 = \underline{\alpha}_2$$

$$\mathbf{A}_3 \Rightarrow \alpha_1 = \underline{\alpha}_1, \alpha_2 = \underline{\alpha}_2$$

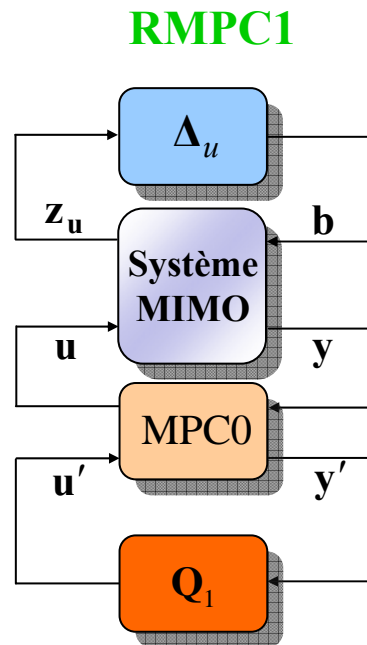
$$\mathbf{A}_4 \Rightarrow \alpha_1 = \underline{\alpha}_1, \alpha_2 = \bar{\alpha}_2$$

Application à un réacteur-mélangeur chimique

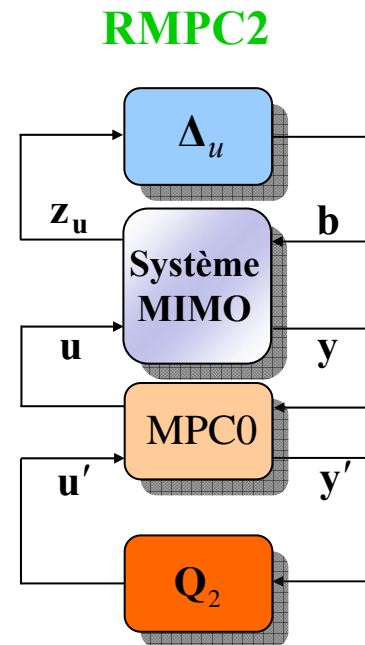


▪ MPC0 : MPC initial avant robustification

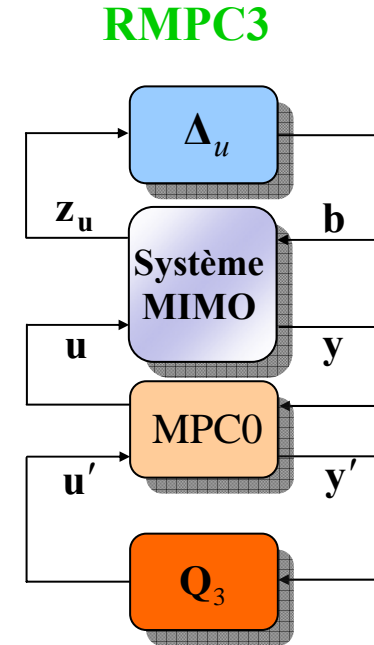
$$\begin{aligned}
 N_1 &= 1 \\
 N_2 &= 3 \\
 N_u &= 2 \\
 \tilde{\mathbf{R}}_J &= 0.05\mathbf{I}_{N_u} \\
 \tilde{\mathbf{Q}}_J &= \mathbf{I}_{N_2-N_1+1}
 \end{aligned}$$



Recherche de Q
directement



Recherche de Q
indirectement via
var. R,S,T



A_Q, B_Q de
RMPC2 et
méthode directe

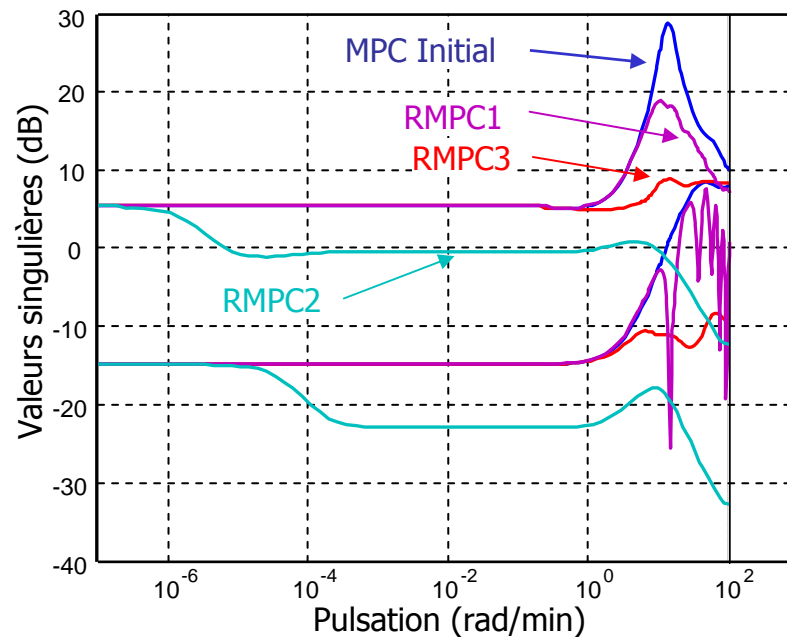
Pondérations

$$\mathbf{W}_u = \mathbf{I}_2 (1 - 0.7q^{-1}) / 0.3 \Rightarrow \begin{bmatrix} \mathbf{A}_w & \mathbf{B}_w \\ \mathbf{C}_w & \mathbf{D}_w \end{bmatrix}$$

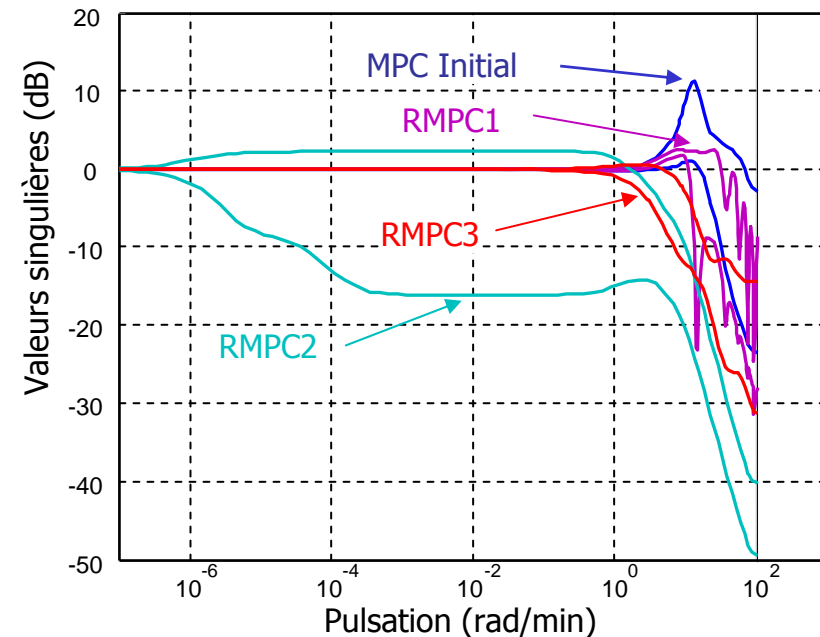
Application à un réacteur-mélangeur chimique

- RPC1, base polynomiale avec $n_Q=10$
- RPC2, $n_Q=n_{\text{sys_ini}} = 6$ avec pôles=[0.16, 0.56, 0.7, 0.9, 0.95, 1]
- RPC3, $n_Q=5$ avec pôles=[0.16, 0.56, 0.7, 0.9, 0.95]

Valeurs Singulières de T_{ub}



Valeurs singulières de la Sensibilité complémentaire



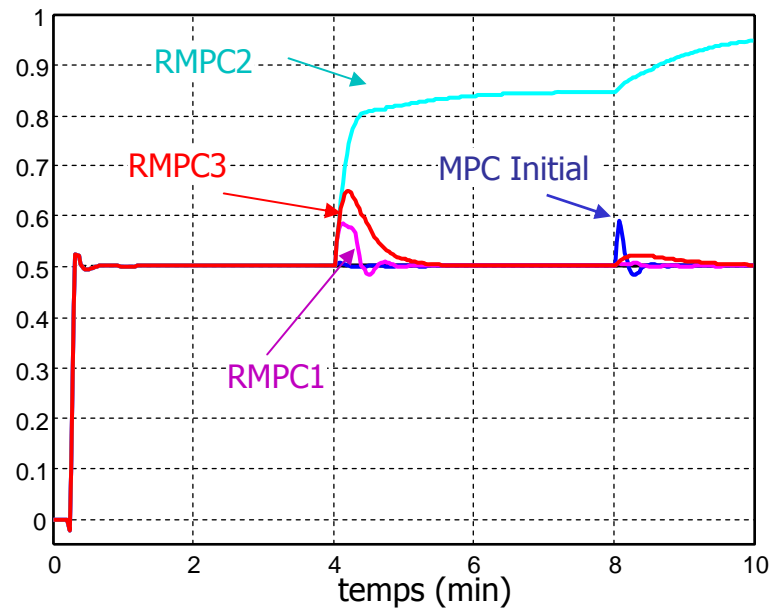
Application à un réacteur-mélangeur chimique

- Réponses temporelles
- Rejet de perturbation

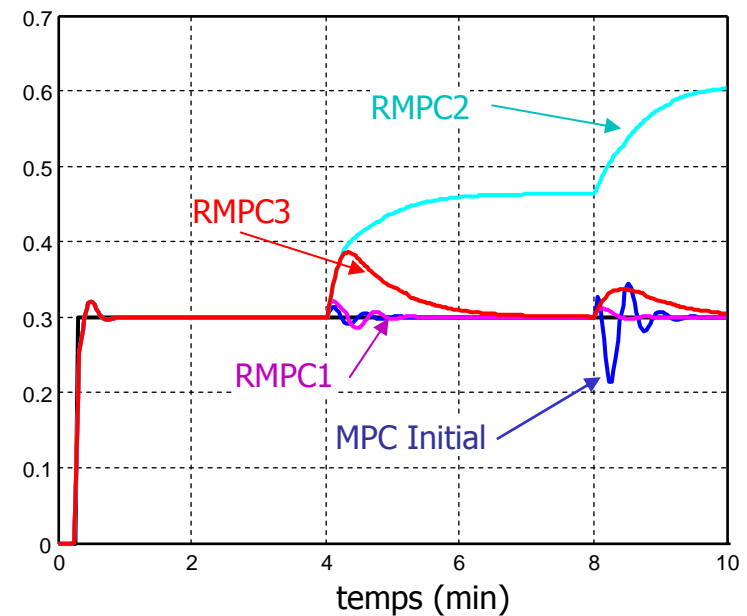
$$y_{r_1}=0.5, y_{r_2}=0.3$$

$$d_1=0.1, d_2=0.1$$

y1 - Concentration fluide



y2 - Température



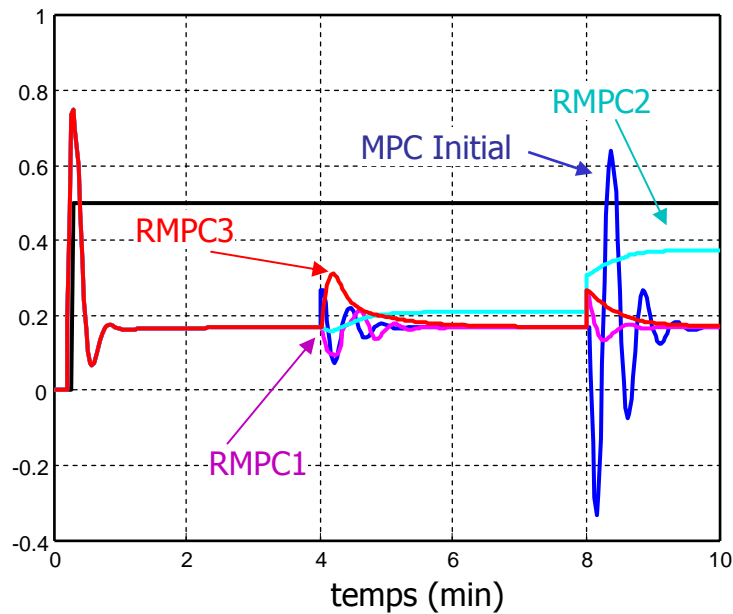
Application à un réacteur-mélangeur chimique

- Réponses temporelles
- Rejet de perturbation

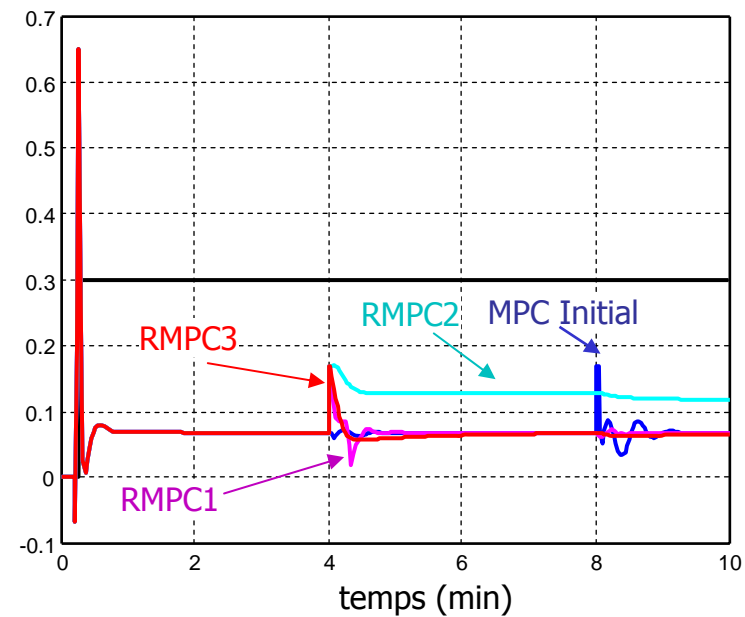
$$y_{r_1}=0.5, y_{r_2}=0.3$$

$$d_1=0.1, d_2=0.1$$

u1 - Débit d'alimentation



u2 - Débit de refroidissement



- ✓ Introduction
- ✓ MPC Multivariable
- ✓ Robustification avec le paramètre de Youla
- ✓ Résolution du problème d'optimisation bilinéaire
- ✓ Application à un réacteur-mélangeur chimique
- Conclusions

- Méthodologie hors-ligne pour robustifier un correcteur initial
- Robustesse en stabilité face aux incertitudes non structurées et structurées (description polytopique du système) -> Problème BMI
- Résolution du BMI par deux approches différentes afin d'explorer une plus grande partie de l'espace des solutions
- Possibilité d'ajouter des contraintes temporelles pour ajuster le compromis robustesse/performance nominale