



# Commande par retour d'état $H_2/LQ$ Application au contrôle latéral d'un véhicule automobile

Louay Saleh, Philippe Chevrel, J.F Lafay et Franck Mars

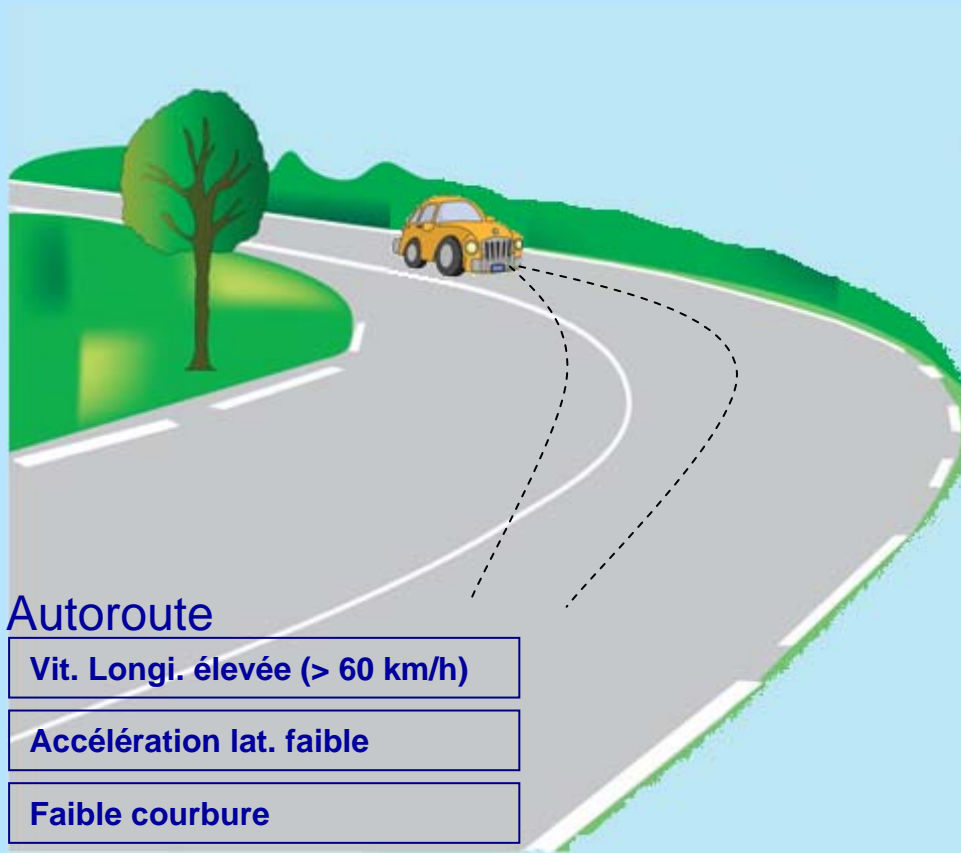
21 Janvier 2010, Montpellier



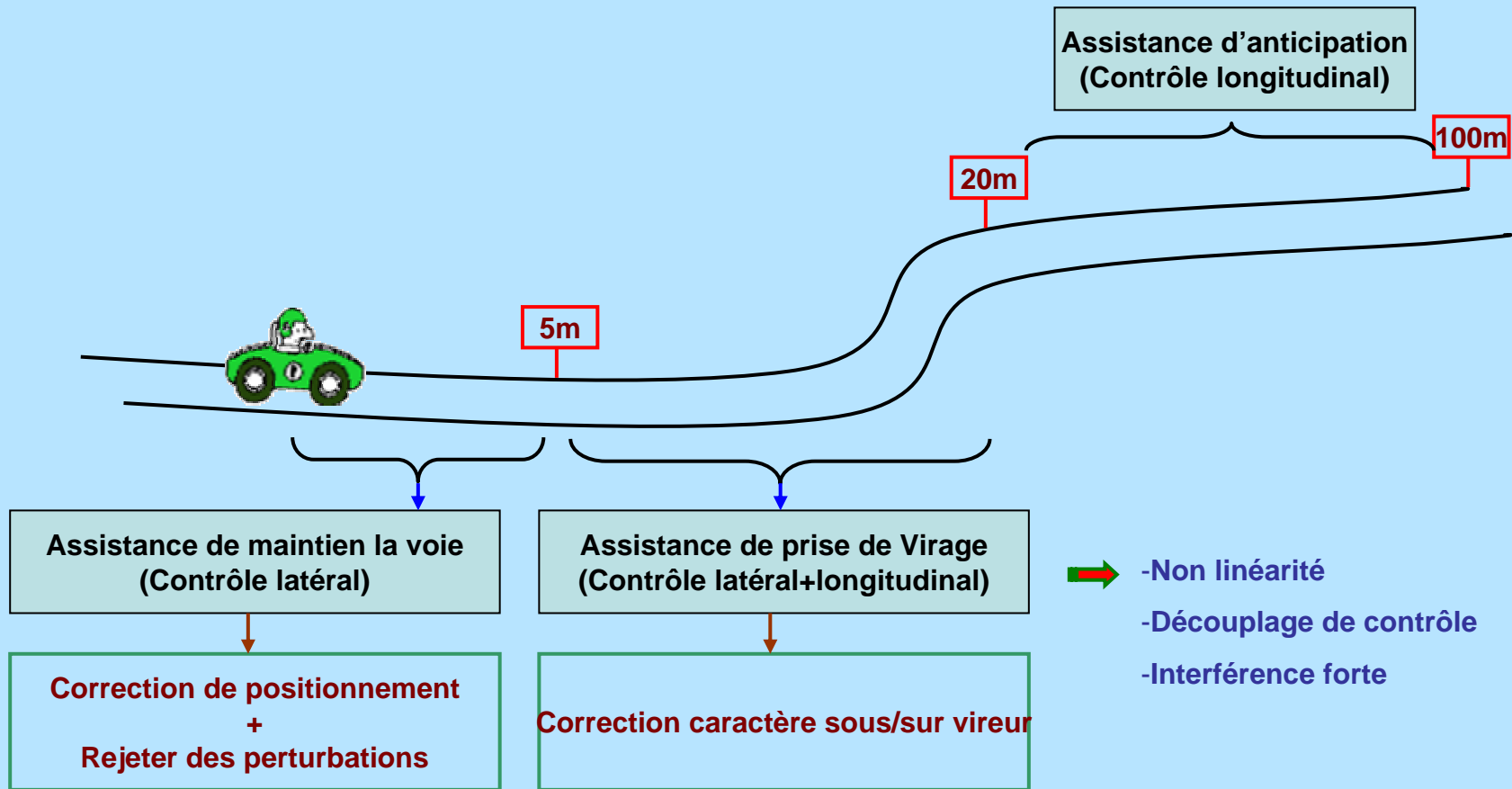
# Plan

- Introduction/contexte
- La commande  $H_2/LQ$  avec anticipation
- Application au contrôle latéral d'un véhicule automobile
- Conclusions et perspectives

# L'assistance au contrôle latéral

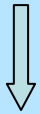


# Répartition de l'Assistance



# Critères de design d'un véhicule

Assistance au  
contrôle latéral

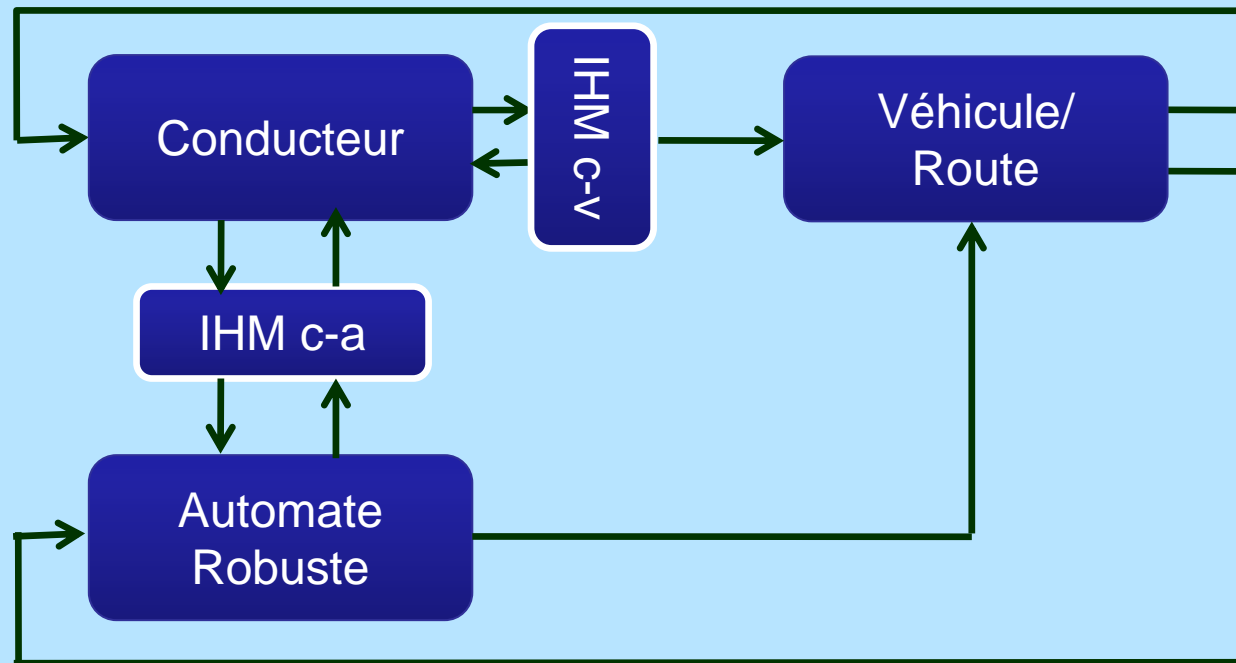


LKS  
LDA

**Acceptabilité?**

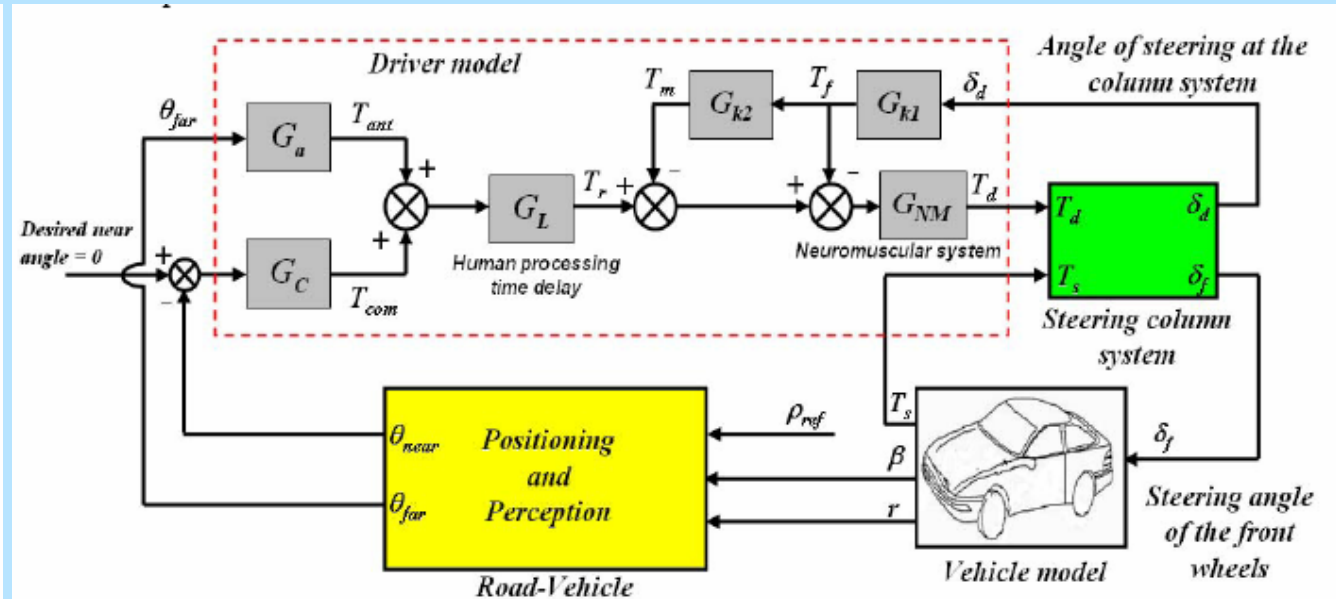
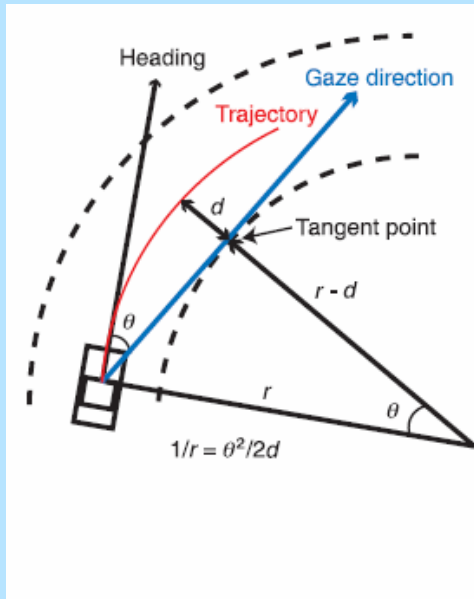


## Architecture de conduite envisagée



# Motivation

- Pour la compréhension de la stratégie humaine de conduite



[Sentouh et al, 2009]

- Conduite automatisée du simulateur de conduite
- Premier pas vers une commande prédictive

# Commande Optimale avec anticipation H<sub>2</sub>/LQ-Preview



## Répères historiques

- Ce problème a été abordé au début des années 70 pour le contrôle actif d'une suspension hydropneumatique
  
- Largement traité dans les années 80 et 90 pour le pilotage des véhicules autonomes
  
- L'étude d'un système actif pour la suppression de l'effet de tremblement de terre sur les bâtiments. [Marzbanrad et al. 2004]
  
- Depuis 2000, avancements théoriques

## Biblio: Hinf/H<sub>2</sub>/LQ-Preview

**[Bender 1968]** E. K. Bender. Optimal linear preview control with application to vehicle suspension. *Journal of Basic Engineering, Trans. ASME*, 90(2):213–221, 1968.

**[Tomizuka 1973]** M. Tomizuka. The Optimal Finite Preview Problem and its Application to Man-Machine Systems. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, 1973.

**[Peng and Tomizuka 1991]**, H. Peng, M. Tomizuka, *Optimal preview control for vehicle lateral guidance*, PATH research report, UCB-ITS-PRR-91-16, 1991.

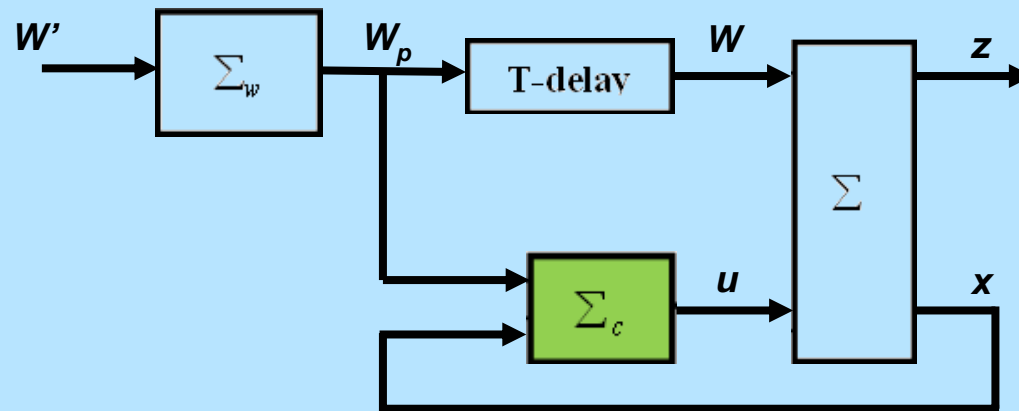
**[Marro et al. 2002]** G. Marro, D. Prattichizzo et E. Zattoni, H<sub>2</sub> optimal decoupling of previewed signals in the discrete-time case, *Kybernetika journal*, volume 38, p479-492, 2002.

**[Marro et Zattoni 2005]** G. Marro et E. Zattoni, H<sub>2</sub>-optimal rejection with preview in the continuous-time domain, *Automatica* 41 (2005) 815 – 821.

**[Ferrante and al. 2007]**, A. Ferrante, G. Marro and L. Ntogramatzidis, *A Hamiltonian approach to the H<sub>2</sub> decoupling of previewed input signal*, European Control Conference, Greece, July 2-5, 2007.

**[Hazell 2008]**, A. Hazell, *Discrete-time optimal preview control*, PhD thesis, University of London, 2008.

## Introduction



$$\dot{x} = A x + B_1 u + B_2 w$$

$$z = C x + D_1 u + D_2 w$$


---

$$w_p(t) = w(t + T)$$


---

$$\Sigma_w : \begin{cases} \dot{x}_w = A_w x_w + B_w w' \\ w_p = C_w x_w \end{cases}$$

$$J = \|z\|_2^2 = \int_0^{\infty} z^T(t) z(t) dt$$

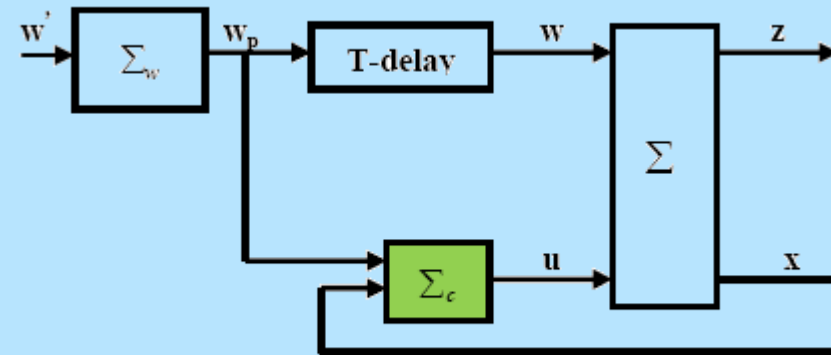
$$J = \int_0^{\infty} \begin{bmatrix} x^T & u^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q & S \\ S & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ u \end{bmatrix} dt$$

$$R = D_1^T D_1, \quad Q = C^T C, \quad S = C^T D_1$$

## Conditions

$$\Sigma : \begin{aligned} \dot{x} &= A x + B_1 u + B_2 w \\ z &= C x + D_1 u + D_2 w \end{aligned}$$

$$\Sigma_c : \begin{aligned} \dot{x}_w &= A_w x_w + B_w w \\ w_p &= C_w x_w \end{aligned}$$



*Pondération LQR* :  $R = D_1^T D_1$ ,  $Q = C^T C$ ,  $S = C^T D_1$  H2/LQ-Preview controller problem

Assume that:

(A-1) The pair  $(A, B_1)$  is stabilizable

(A-2) the quadruple  $(A, B_1, C, D_1)$  has no invariant zeros on  $i\mathbb{R}$

(A-3)  $D_1$  is a full-column rank matrix

(which ensures that  $R = R^T > 0$ )

(A-4)  $\text{im} D_2 \subseteq \text{im} D_1$

(which guarantees the existence of the solution when  $D_2 \neq 0$ )

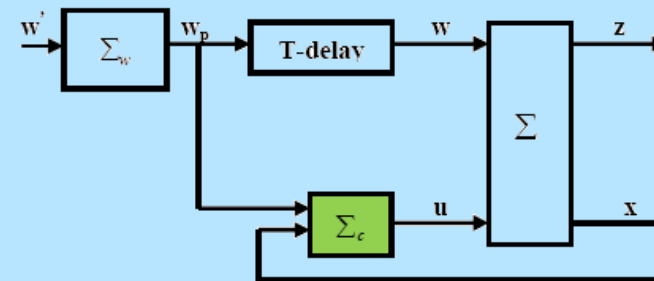
(A-5)  $A_w$  is Hurwitz

# Solution

$$\Sigma : \begin{cases} \dot{x} = A x + B_1 u + B_2 w \\ z = C x + D_1 u + D_2 w \end{cases}$$


---


$$\Sigma_c : \begin{cases} \dot{x}_w = A_w x_w + B_w w \\ w_p = C_w x_w \end{cases}$$



Podération LQR :  $R = D_1^T D_1$ ,  $Q = C^T C$ ,  $S = C^T D_1$

H2/LQ-Preview controller problem

$$u(t) = -K_+ x(t) + \int_0^T \Phi(\tau) w_p(t - \tau) d\tau - R^{-1} B_1^T e^{A_+^T \tau} M x_w(t) - D_1^+ D_2 v(t)$$

where :

-  $K_+ = R^{-1} (S^T + B_1^T P_+)$  is the gain feedback matrix

-  $\Phi(\tau) = -R^{-1} B_1^T e^{A_+^T (T-\tau)} P_+ B_2$ ,

$P_+$  is the stabilizing solution of the algebraic Riccati equation:

$$PA + A^T P - (S + PB_1)R^{-1}(S^T + B_1^T P) + Q = 0$$

-  $A_+ = A - BR^{-1}(S^T + B^T P_+)$  is the closed loop matrix

-  $M$  is the solution of the Sylvester equation:  $A_+^T M + M A_w + P_+ B_2 C_w = 0$

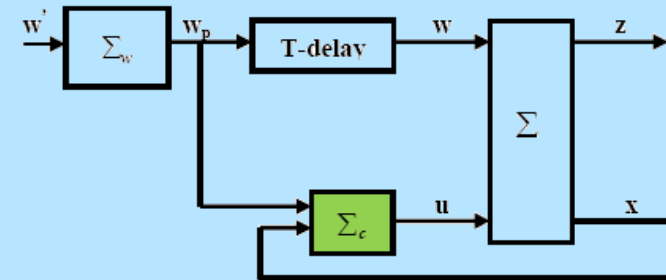
-  $D_1^+$  is defined by  $D_1 D_1^+ D_2 = D_2$

# Démonstration

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A x + B_1 u + B_2 w \\ z &= C x + D_1 u + D_2 w \end{aligned}$$


---

$im D_2 \subseteq im D_1$



H<sub>2</sub>/LQ-Preview controller problem

$$u^*(t) = -K_+ x(t) - R^{-1} B_1^T \int_t^\infty e^{A_+^T(\tau-t)} P_+ B_2 w(\tau) d\tau \quad \text{[Hampton and al. 1996]}$$

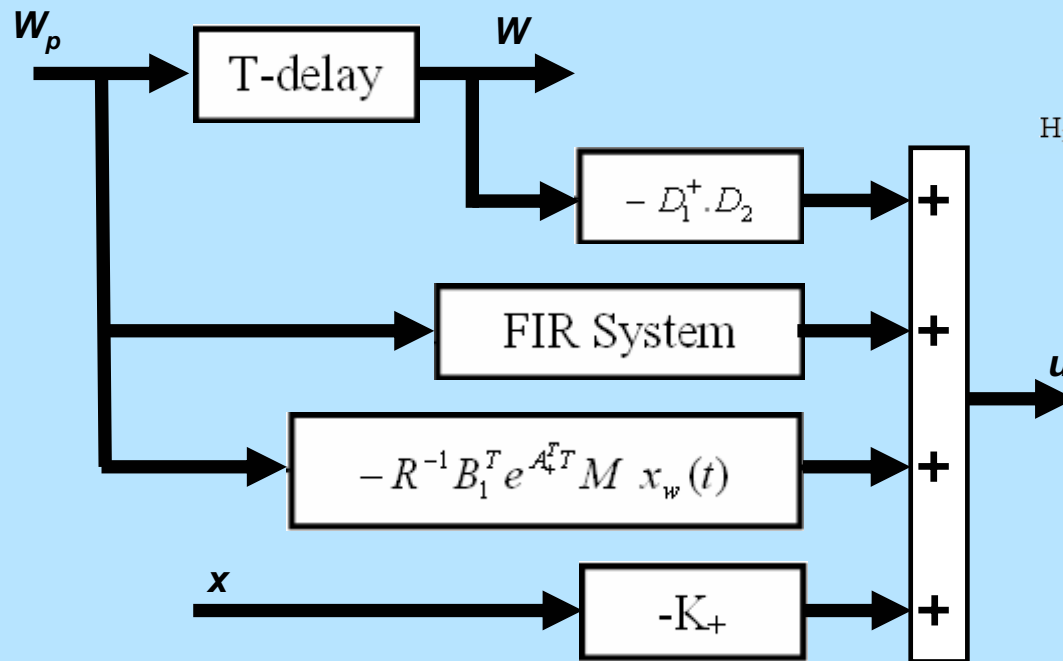
$$u^*(t) = -K_+ x(t) - R^{-1} B_1^T \underbrace{\int_t^{t+T} e^{A_+^T(\tau-t)} P_+ B_2 w(\tau) d\tau}_{\textcircled{1}} - R^{-1} B_1^T \underbrace{\int_{t+T}^\infty e^{A_+^T(\tau-t)} P_+ B_2 w(\tau) d\tau}_{\textcircled{2}}$$

$$u^*(t) = -K_+ x(t) + \int_0^T \Phi(\tau) w_p(t-\tau) d\tau - R^{-1} B_1^T e^{A_+^T T} M x_w(t) - D_1^+ D_2 w(t) \quad D_1 D_1^+ D_2 = D_2$$

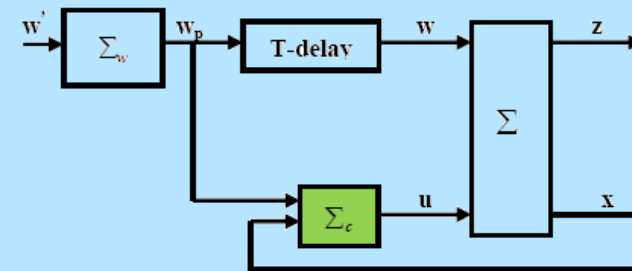
$$D_2 = 0, A_w \text{ scalaire} \implies u^*(t) = -K_+ x(t) + \int_0^T \Phi(\tau) w_p(t-\tau) d\tau + R^{-1} B_1^T (A_+^T + A_w \cdot I)^{-1} e^{A_+^T T} P_+ B_2 w_p(t) \quad \text{[Peng et Tomizuka 1991]}$$

$$D_2 \neq 0, \Sigma_w \text{ absente} \implies u(t) = -K_+ x(t) + \int_0^T \Phi(\tau) w_p(t-\tau) d\tau - D_1^+ D_2 w(t) \quad \text{[Ferrante et al. 2007]}$$

# Correcteur



Optimal Preview Controller



H<sub>2</sub>/LQ-Preview controller problem

## Horizon d'anticipation?

### Propositions:

- [Peng et Tomizuka 1991]:  
T= 3\* l'inverse de la bande passante du système en boucle fermée.
- [Hazell 2008] :évaluer la norme H2 minimale du système en boucle fermée quand T=inf, et d'analyser les dégradations consécutives au choix de T plus petites.

$$T = \frac{H_{2/0} - H_{2/T_e}}{H_{2/0} - H_{2/\infty}} \times T_e$$



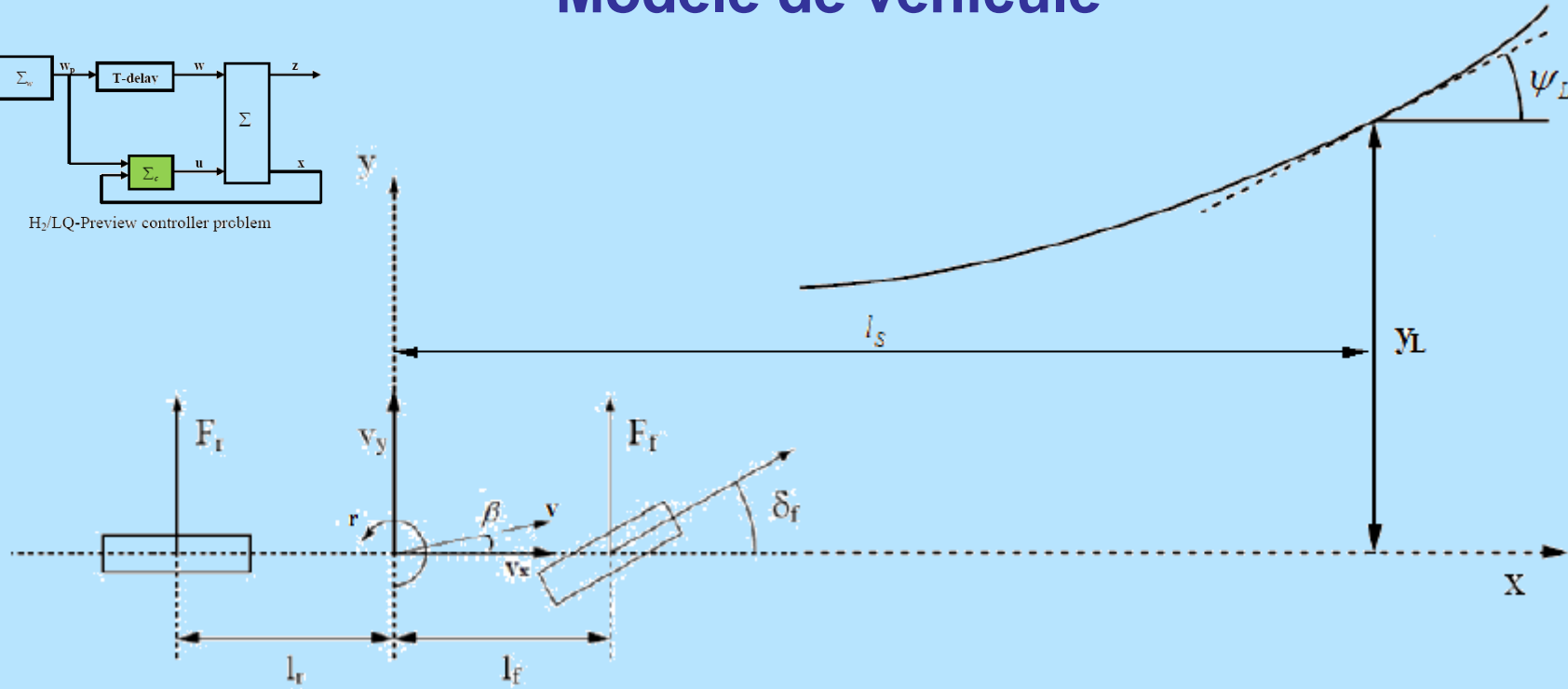
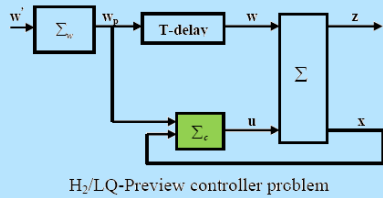
## Predictive/Preview Control

- « Preview Control » se met dans la même catégorie que « predictive control »  
[M.Grimble and A.Ordys 2001]
- Avantages du « preview control »:
  - La séquence de la commande  $u$  est obtenue en 1 seule optimisation
  - Applicable même avec un grand horizon  $T$
  - Le « Preview control » combine certaines caractéristiques de la commande prédictive et de la commande LQ → robustesse + réponse rapide
- Inconvénients:
  - Commande linéaire

[M.Grimble and A.Ordys 2001] Professor Mike J. Grimble and Dr. Andnej W. Ordys, Predictive Control for industrial Applications, Annual Reviews in Control 25 (2001) 13-24

## Application au contrôle latéral d'un véhicule automobile

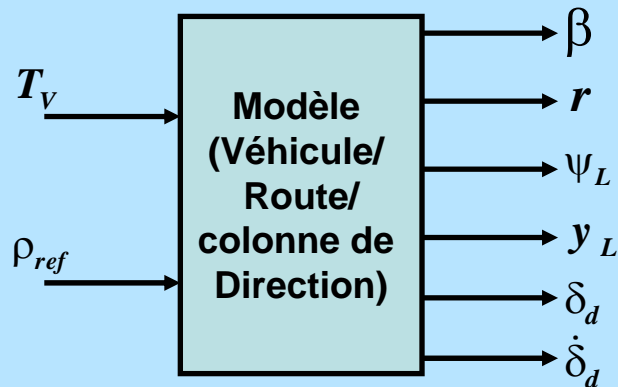
# Modèle de véhicule



$$\dot{x} = A x + B_1 T_v + B_2 \rho_{ref}$$

$$z = [\psi_L \ y_{act} \ a \ T_v]^T$$

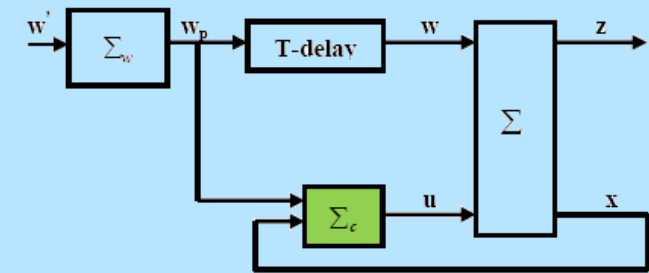
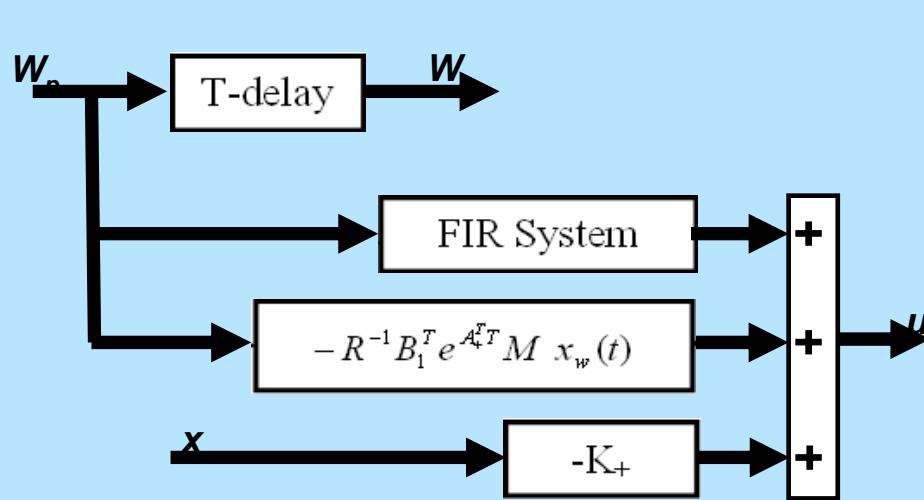
$$z = C x + D_1 T_v$$



$$\dot{x}_w = \begin{bmatrix} -1/\tau & 1/\tau \\ 0 & -1/\tau \end{bmatrix} x_w + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/\tau \end{bmatrix} w'$$

$$w_p = [1 \ 0] x_w$$

# Le Correcteur



H<sub>2</sub>/LQ-Preview controller problem

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{(b-a)}{8} \left[ f(a) + 3f\left(\frac{2a+b}{3}\right) + 3f\left(\frac{a+2b}{3}\right) + f(b) \right].$$

Marge de phase= 65.7°  
 Marge de retard= 392msec

# Paramètres de simulation

Véhicule
Conducteur

Test

**Paramètres du véhicule**

Coefficient d'adhérence ( $\mu$  in [0,1])

Vitesse longitudinal ( $v$  in [5,25] m/s)

Distance du centre de gravité à l'essieu avant ( $l_f$  in m)

Distance du centre de gravité à l'essieu arrière ( $l_r$  in m)

Masse globale du véhicule ( $M$  in kg)

Moment d'inertie de lacet du véhicule ( $J$  in kg.m<sup>2</sup>)

Distance en avant de l'essieu avant ( $l_w$  in m)

Coefficient de raideur des pneus avant ( $C_{f0}$  in N/rad)

Coefficient de raideur des pneus arrières ( $C_{r0}$  in N/rad)

Largeur de contact du pneu ( $n_t$  in m)

Gain de direction manuel ( $K_p$ )

Distance de visée ( $l_s$  in m)

**Paramètres du système de direction**

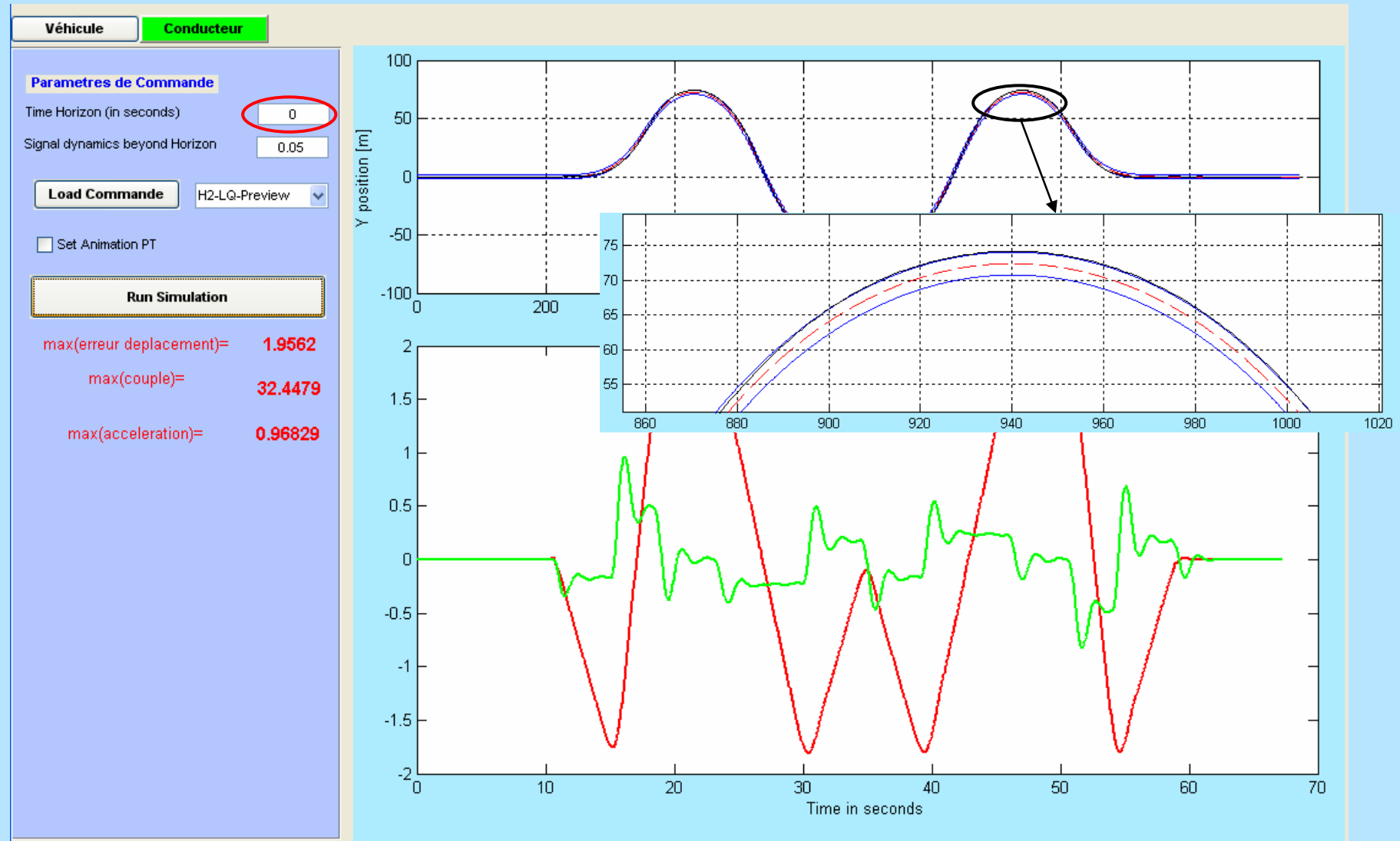
Coefficient d'amortissement de la colonne ( $B_s$ )

Moment d'inertie de système de direction ( $I_s$  in kg.m<sup>2</sup>)

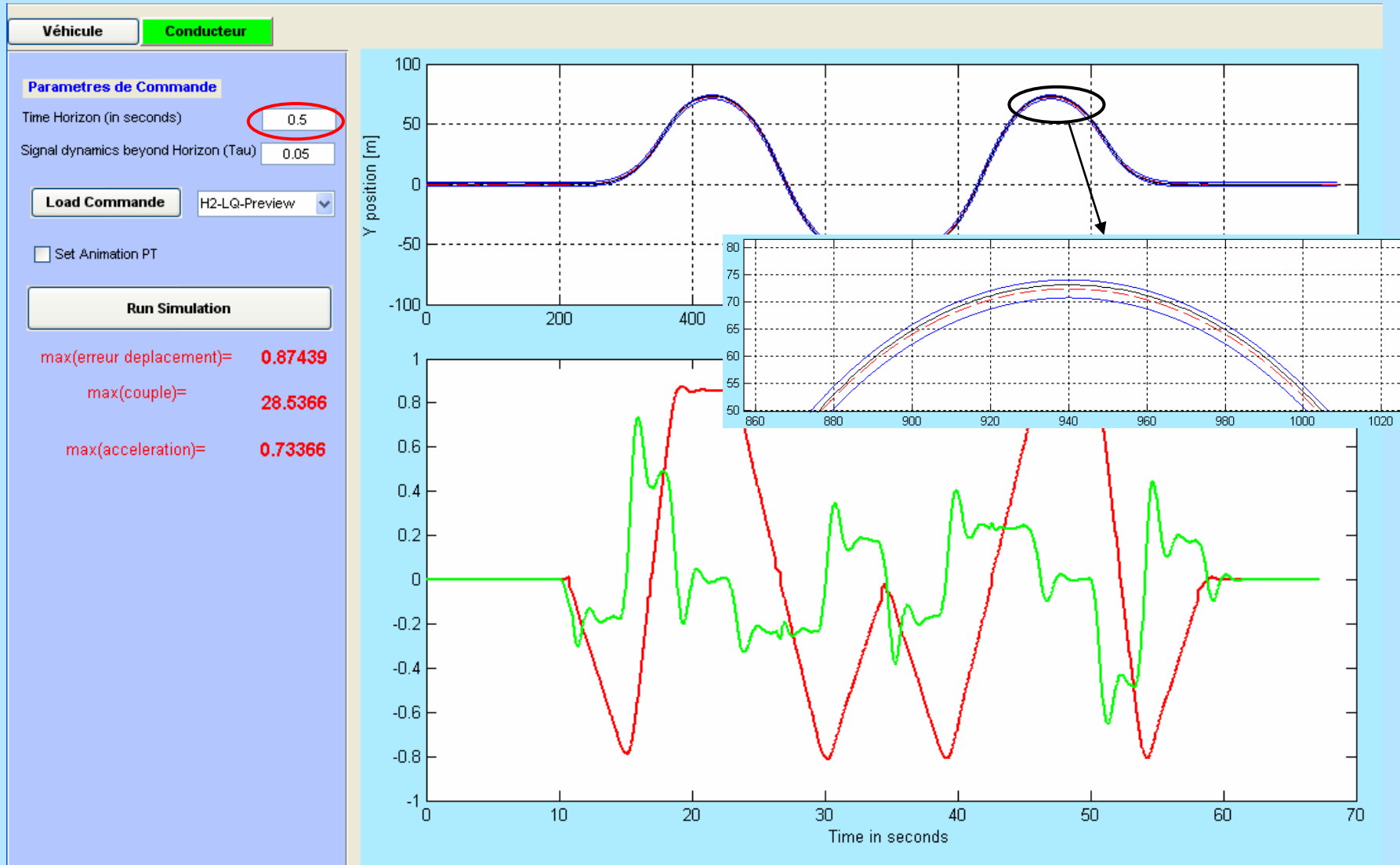
Rapport de réduction de la direction ( $R_s$ )

The top plot displays the lateral displacement (Y position) in meters against the horizontal distance (X position) in meters. The displacement is zero until approximately 300m, then follows a sinusoidal path with a peak of about 75m and a trough of about -60m, returning to zero at 1100m. The bottom plot shows the lateral displacement (Y position) in meters against time in seconds. The displacement is zero until about 15s, then follows a sinusoidal path with a peak of about 0.7m and a trough of about -0.6m, returning to zero at 65s.

# Résultats, H<sub>2</sub>/LQ sans preview



# Résultats, H<sub>2</sub>/LQ-Preview



## Résultats, H<sub>2</sub>/LQ-Preview

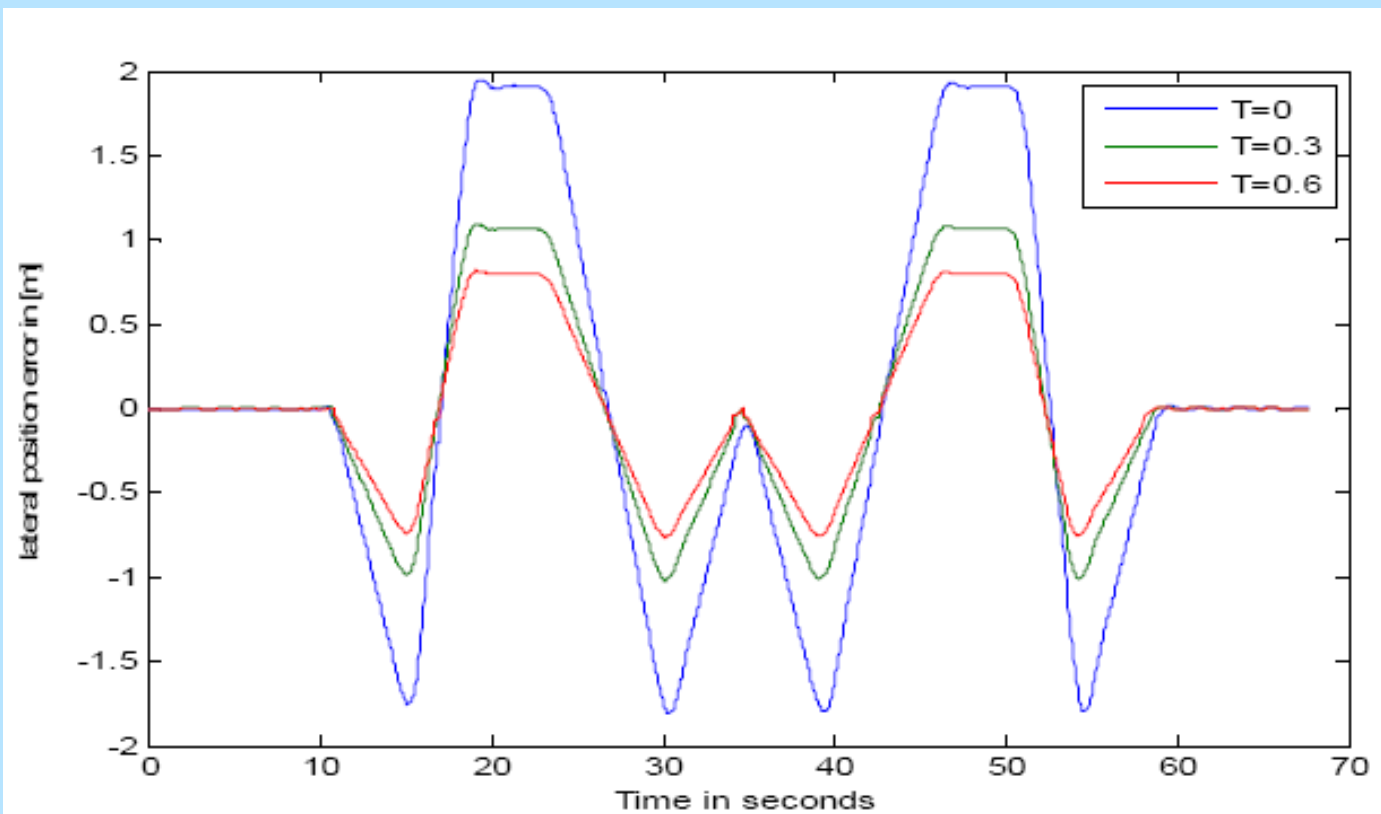


Figure (5.3). Lateral position error for  $T=0$ , 0.3s and 0.6s.



## Résultats, H<sub>2</sub>/LQ-Preview

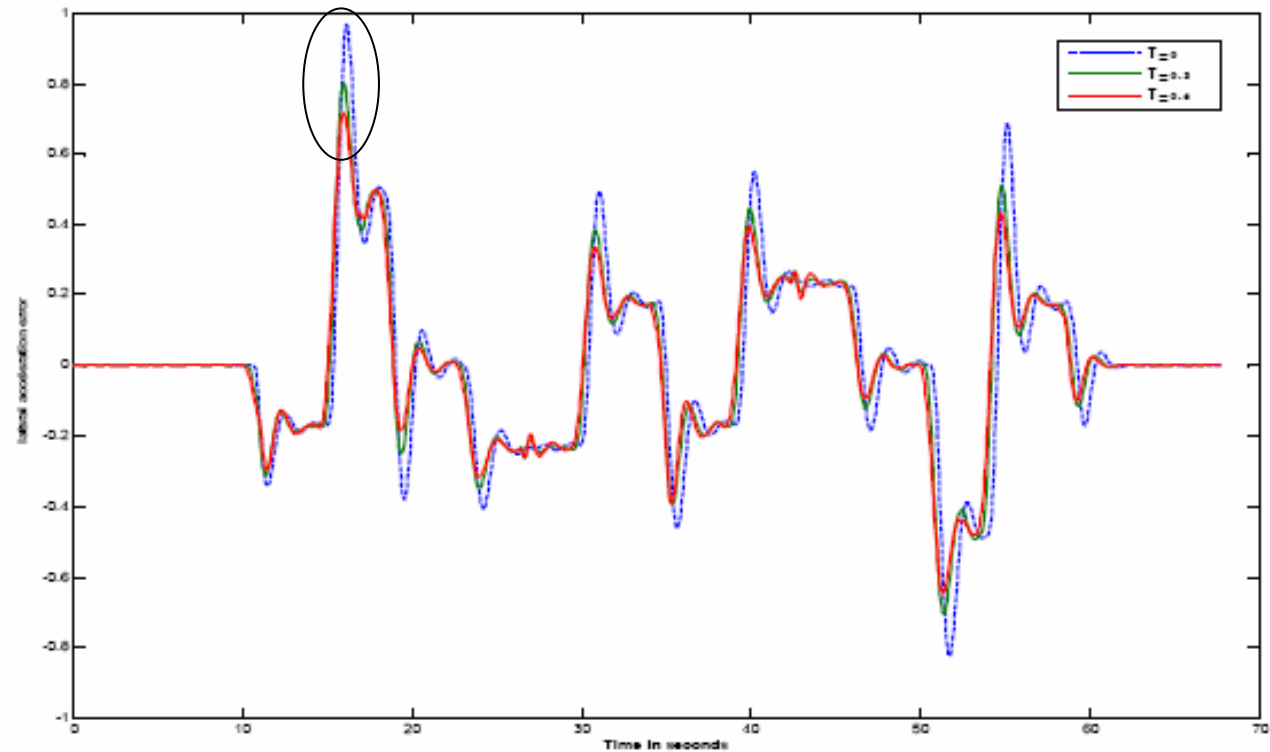


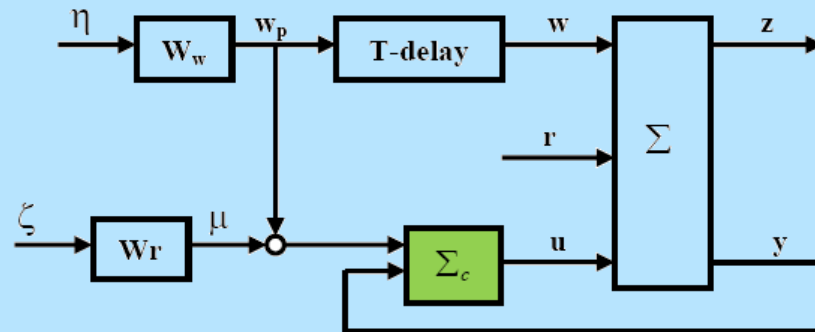
Figure (5.3). Lateral acceleration error in  $\text{m.s}^{-2}$  for  $T=0$ ,  $T=0.3\text{s}$  and  $T=0.6\text{s}$ .

# Conclusions et perspectives

# Conclusions

- L'anticipation réduit :
  - l'erreur du déplacement latéral
  - le pic de couple sur le volant
  - le pic de l'accélération latérale
  
- Un horizon d'anticipation même petit permet d'obtenir des résultats satisfaisants. Au-delà d'une certaine valeur, l'augmentation de cet horizon n'apporte plus d'améliorations.

## Perspectives



- Prise en compte d'une possible erreur sur la connaissance anticipée du signal (ici formalisée par le signal  $\mu$ )
- Solution optimale dans le cas d'un retour de sortie
- L'utilisation comme support d'une commande prédictive NL.

**Merci pour votre attention**