

# Commande prédictive non linéaire de faible dimension (scalaire) d'un robot bipède sous-actionné

A. CHEMORI

M. ALAMIR



Laboratoire d'Automatique de Grenoble. UMR 5528  
BP46, Domaine Univesitaire, 38402 Saint Martin d'Hères, France.

Ahmed.Chemori (Mazen.Alamir)@inpg.fr



# Plan de la présentation

- Rabbit : un robot bipède sous-actionné
- Formulation du problème de commande de la marche bipède
- Modèle dynamique du bipède
- Solution proposée : commande prédictive non linéaire
- Analyse de la stabilité
- Résultats de simulations
- Autres applications
- Conclusion générale

# Prototype

## Formulation

## Modélisation

## Commande

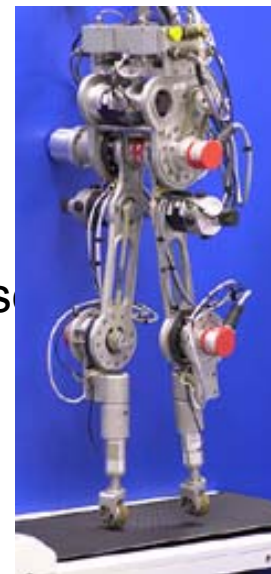
## Stabilité

## Simulations

## Autres appl

## Conclusion

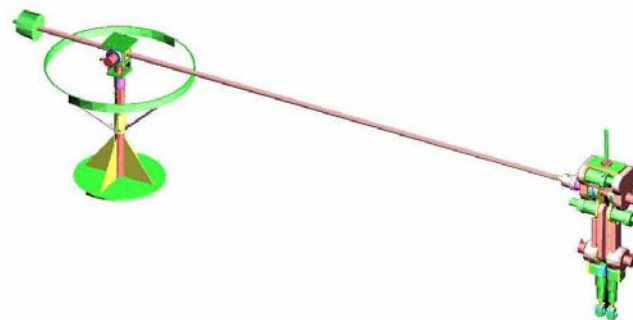
- 5 segments : un tronc & 2 jambes avec genoux
- Sans chevilles : contact ponctuel
- 7 degrés de liberté
- 4 actionneurs (moteurs C.C & réducteurs de vitesse)
- c'est un robot marcheur sous actionné
- capteurs : codeurs incrémentaux



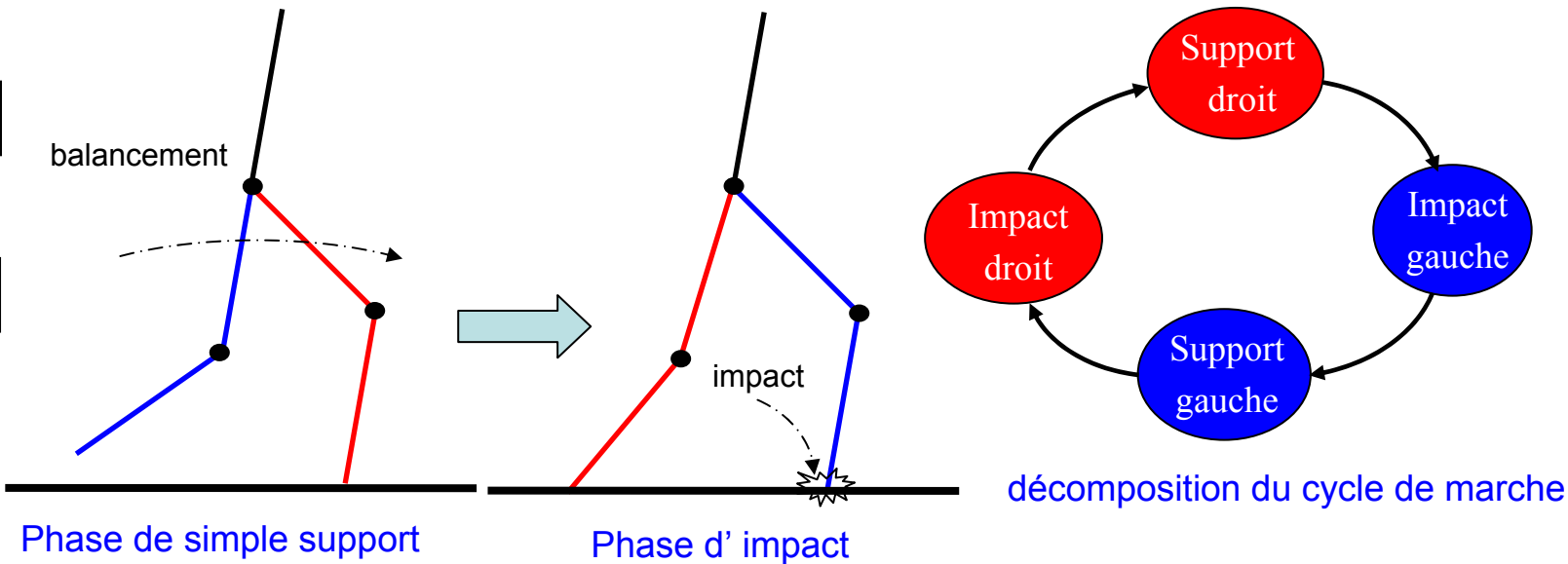
Prototype Rabbit

- marche sur un chemin circulaire
- stabilisation latérale

grâce au



Système de guidage



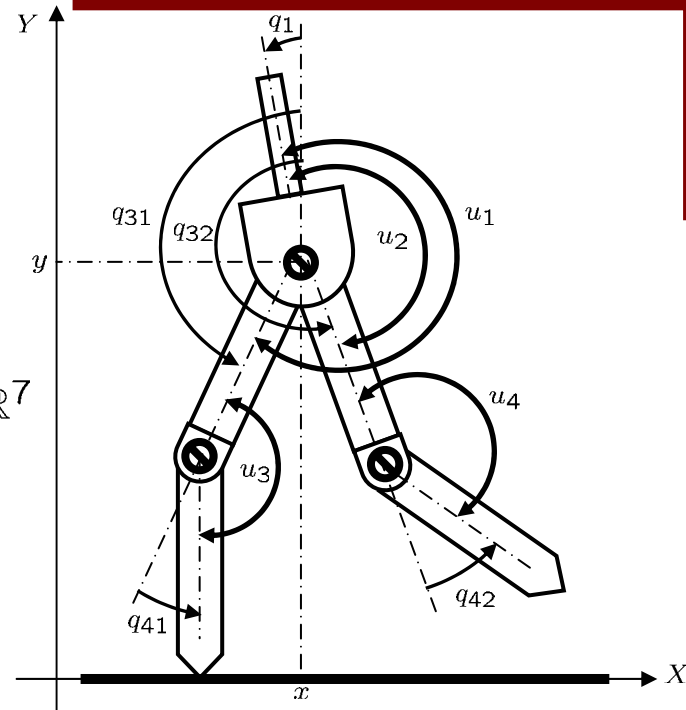
- **Objectif :** Réalisation d'une marche dynamique stable
- **Hypothèses :**
  - ▶ Frottement suffisant pour empêcher le glissement (à vérifier a posteriori)
  - ▶ Mouvements dans la plan sagittal, et la marche est sur une surface horizontale sans obstacles

■ **Modèle non linéaire à 7 d.d.I :**

$$M(q)\ddot{q} + N(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = Su$$

$$q = [q_{31} \quad q_{41} \quad q_{32} \quad q_{42} \quad q_1 \quad x \quad y]^T \in \mathbb{R}^7$$

$$u = [u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad u_4]^T \in \mathbb{R}^4$$



■  $dim(u) < dim(q)$  : **le système est sous actionné**

■ **Model dynamique en phase de simple support :**

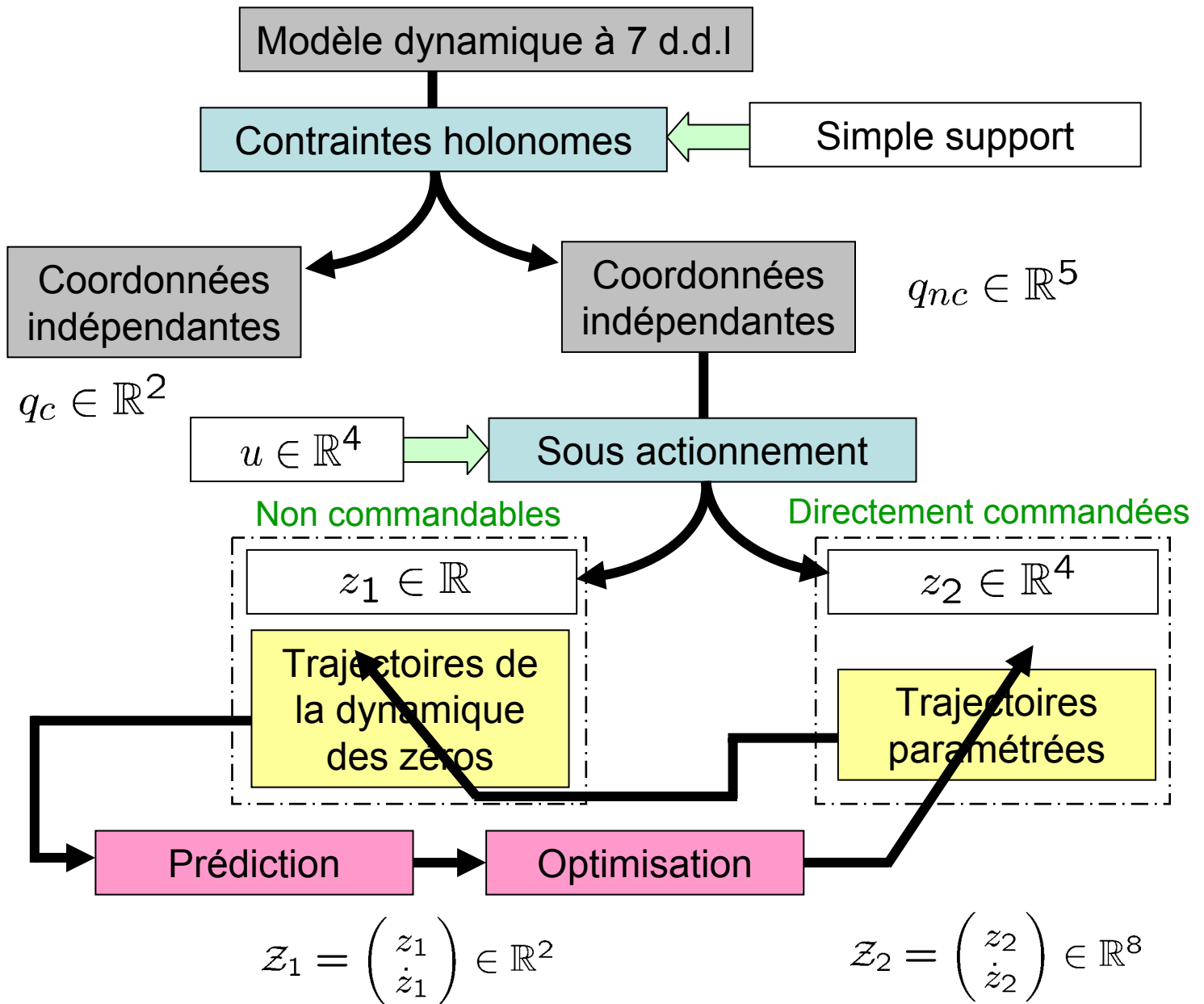
$$\begin{cases} M(q)\ddot{q} + N(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = Su + J_1^T(q)\lambda \\ J_1(q)\ddot{q} + \Pi_2(q, \dot{q}) = 0 \end{cases}$$

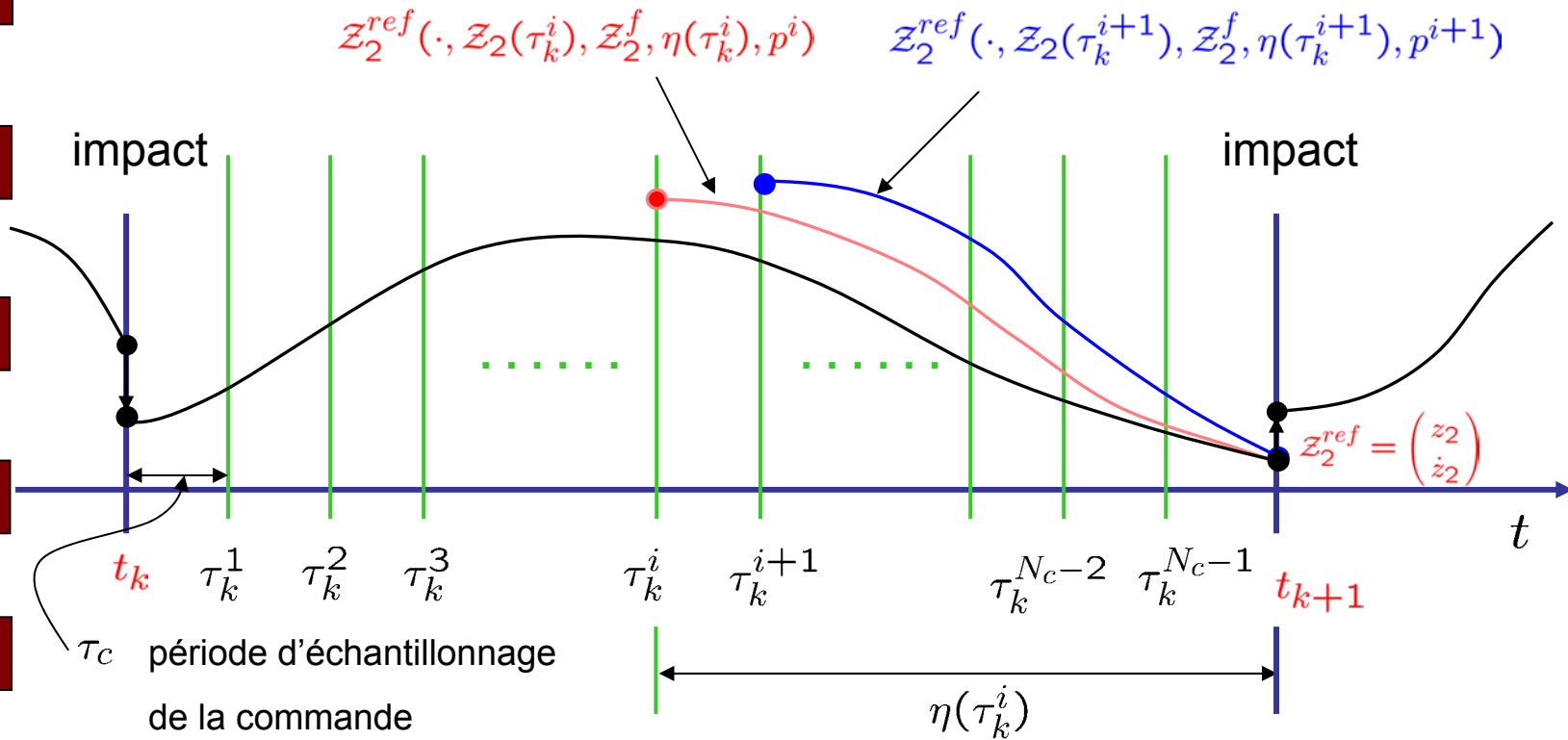
← Contraintes holonomes

■ **Model dynamique en phase d'impact (impact rigide) :**

$$\begin{pmatrix} q^+ \\ \dot{q}^+ \end{pmatrix} = \Delta(q) \begin{pmatrix} q^- \\ \dot{q}^- \end{pmatrix}$$

- Idée de l'approche de commande -





■ Les conditions aux limites ( au  $i^{\text{ème}}$  instant d'échantillonnage ) :

$$\begin{cases} Z_2^{ref}(\tau_k^i, Z_2(\tau_k^i), Z_2^f, \eta(\tau_k^i), p) = Z_2(\tau_k^i) \\ Z_2^{ref}(t_{k+1}, Z_2(\tau_k^i), Z_2^f, \eta(\tau_k^i), p) = Z_2^f \end{cases}$$

Comment  $p^i \in \mathcal{P}$  est il choisi à chaque instant  $\tau_k^i$  ?

Hypothèse : Pas de saturations sur la commande



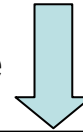
Poursuite parfaite de  $z_2^{ref}$  sur  $[\tau_k^i, t_{k+1}]$  est possible



Prédiction des variables indirectement commandées, juste avant le prochain impact

$$\hat{z}_1(t_{k+1}^- | \tau_k^i) = \Psi(z_1(\tau_k^i), z_2(\tau_k^i), z_2^f, \eta(\tau_k^i), p)$$

Avec la dynamique de l'impact



Coordonnées indirectement commandées évaluées juste avant le prochain impact

$$\hat{z}_1(t_{k+1}^+ | \tau_k^i) = \Psi^+(z_1(\tau_k^i), z_2(\tau_k^i), z_2^f, \eta(\tau_k^i), p)$$

Utilisées dans



Calcul du paramètre d'optimisation

$$\hat{p}(\tau_k^i) = \min_{p \in \mathcal{P}} \| \hat{z}_1(t_{k+1}^+ | \tau_k^i) - z_1^f \|_Q^2 \quad ; \quad Q \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$$



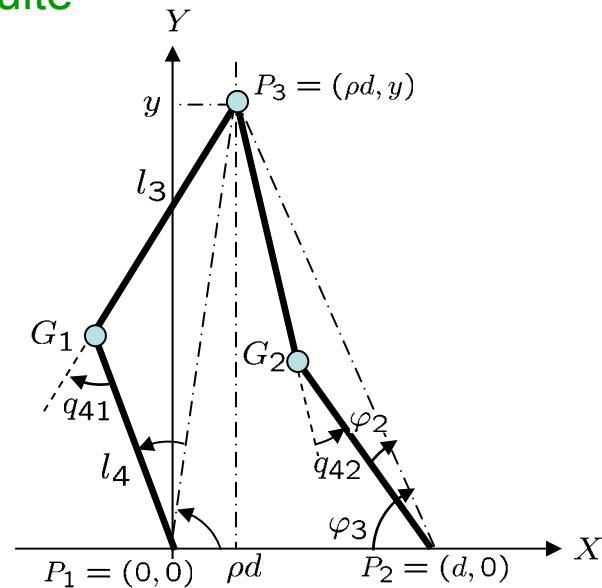
Comment choisir le configuration finale désirée  $z_2^f = \begin{pmatrix} z_2^f \\ \dot{z}_2^f \end{pmatrix}$  ?

■ Pour  $z_2^f$  (positions) : paramétrisation réduite

$(y, d, \rho) \longrightarrow z_2^f := (q_{31}, q_{41}, q_{32}, q_{42})$

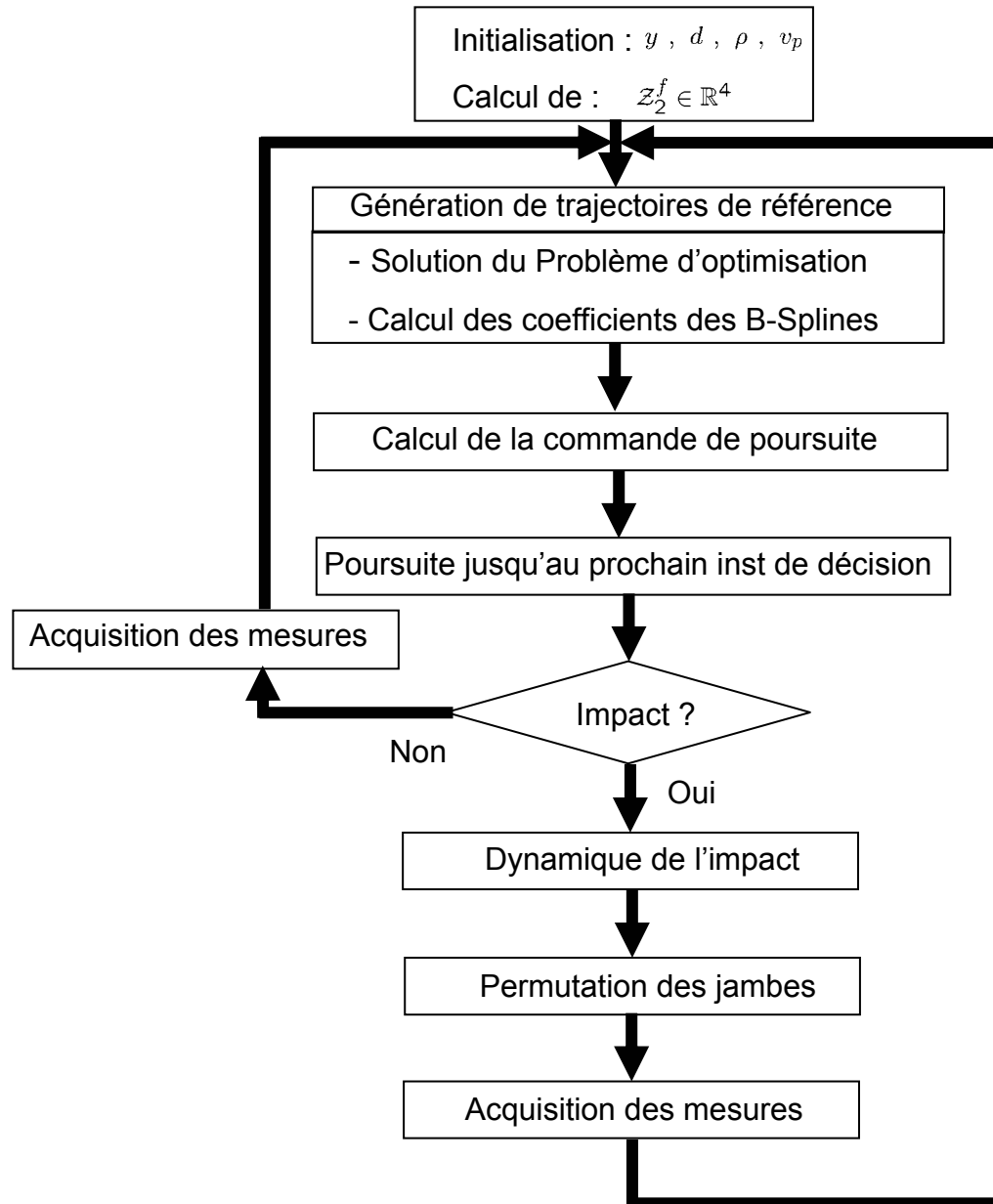
$$\begin{cases} q_{31} = \pi - \arctan(\frac{\rho d}{y}) - \varphi_3 \\ q_{41} = \pi - \varphi_{34} \\ q_{32} = \pi + \arctan(\frac{d(1-\rho)}{y}) - \varphi_3 \\ q_{42} = \pi - \varphi_{34} \end{cases}$$

$\varphi_{34} = \arccos(\frac{-((1-\rho)^2 d^2 + y^2) + l_3^2 + l_4^2}{2 l_3 l_4})$

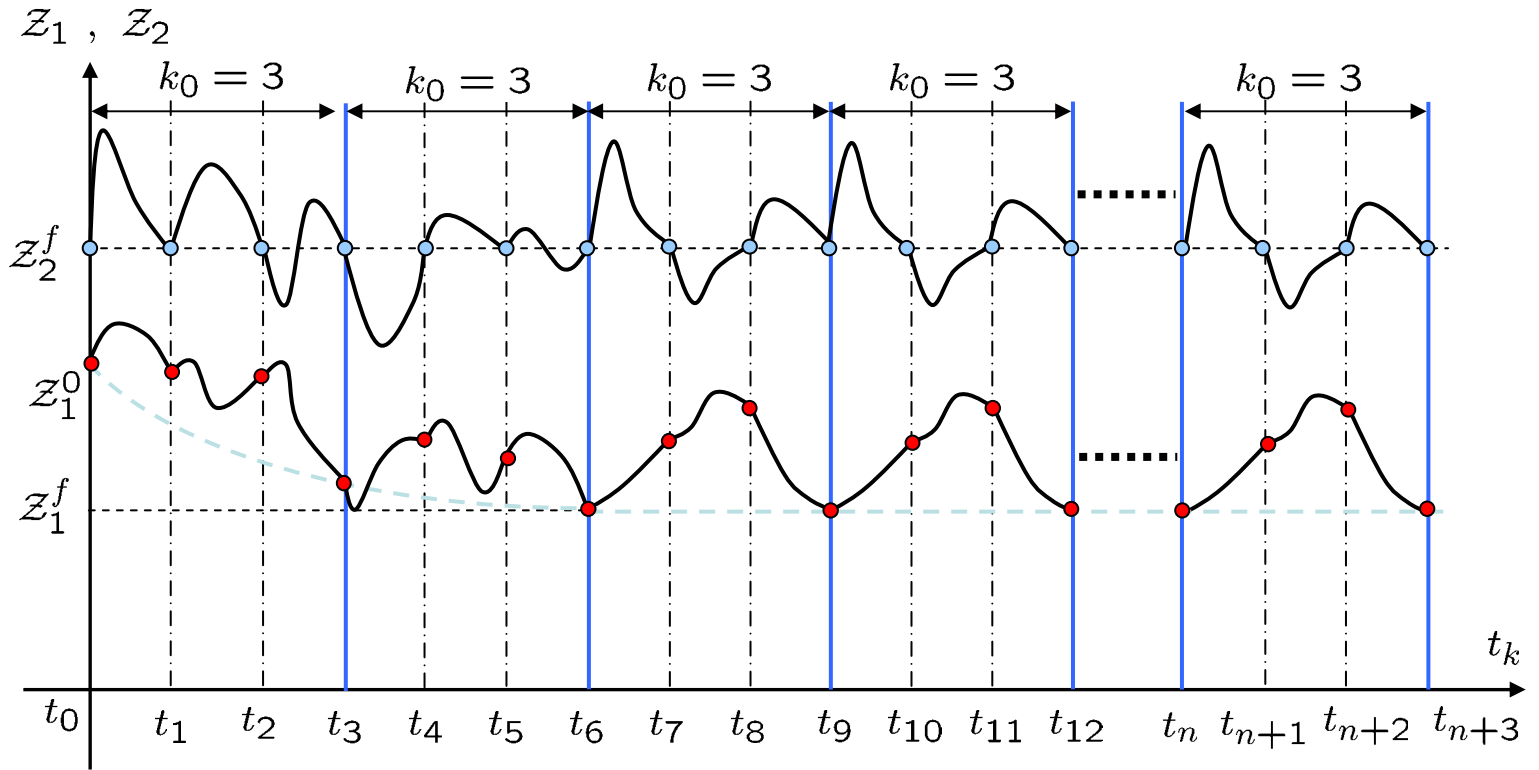


■ Pour  $\dot{z}_2^f$  (vitesses) : pbm de vitesse à norme minimale

$$\begin{aligned} \dot{z}_2^f(z_2^f, v_{p2}) &:= \underset{\dot{z}_2}{\text{Arg min}} \|\dot{z}_2\|^2 \quad \text{under} \quad \frac{\partial y_{p2}}{\partial z_2}(z_2^f) \dot{z}_2 = -v_{p2} \\ &= -[\frac{\partial y_{p2}}{\partial z_2}(z_2^f)]^T v_{p2} / \|\frac{\partial y_{p2}}{\partial z_2}(z_2^f)\|^2 \end{aligned}$$



Discussion autour de la stabilité



Si le système en boucle fermée vérifie

$$\lim_{j \rightarrow \infty} \|z_1(t_{jk_0}^-) - z_1^f\| \leq \epsilon$$

Alors les trajectoires du système convergent asymptotiquement vers un voisinage d'une trajectoire  $k_0$  cyclique

■ Stabilité en boucle fermée : Section de Poincaré aux instants  $t_k^-$

étant donné que 
$$z_2(t_k^-) = z_2^f \tag{1}$$

alors la stabilité du système complet dépend de la stabilité de la séquence

$$(z_1(t_k^-))_{k \in \mathbb{N}}$$

En utilisant (1) et la dynamique de l'impact, on en déduit  $z_1(t_k^+)$

La prédiction sur  $[t_k^+, t_{k+1}^-]$  donne

$$z_1(t_{k+1}^-) =: \Gamma(z_1(t_k^-), z^f, N_c)$$

Qui pourra être exprimé sous une forme multi pas (évaluée après  $k_0$  pas)

$$z_1(t_{k+k_0}^-) =: \Gamma^{k_0}(z_1(t_k^-), z^f, N_c)$$

Est la fonction clé pour l'analyse de la stabilité ...

### Proposition 1 :

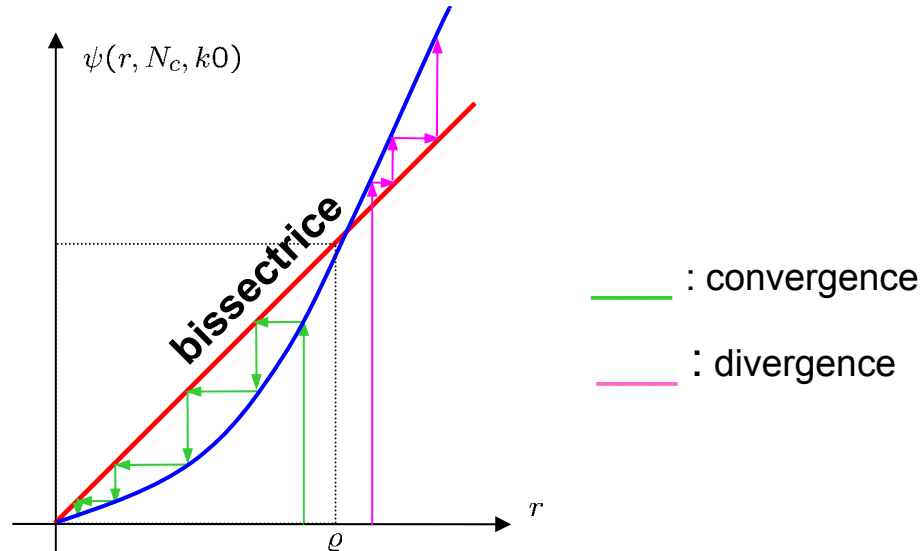
Si pour certains  $(k_0, N_c) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ , il existe  $\varrho > 0$  et  $\mu \in ]0, 1[$  tel que

$$\forall r < \varrho \quad \psi(r, N_c, k_0) := \sup_{\|z_1 - z_1^f\|_Q^2 = r} \|\Gamma^{k_0}(z_1, z^f, N_c) - z_1^f\|_Q^2 \leq \mu \cdot r$$

Alors les trajectoires en boucle fermée convergent vers un cycle limite d'ordre  $k_0$  pour toute condition initiale dans l'ensemble

$$\mathcal{C}_0 := \left\{ z = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2^f \end{pmatrix} \quad \text{s.t.} \quad z_1 \in \mathbb{M}_\varrho \right\} \quad \text{avec} \quad \mathbb{M}_\varrho := \{ z_1 \mid \|z_1 - z_1^f\|_Q^2 \leq \varrho \}$$

### Exemple d'une telle situation



### Proposition 2 :

Si pour certains  $(k_0, N_c) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ , il existe  $\varrho > 0$  et  $\varepsilon < \varrho$  tel que

$$\sup_{\|z_1 - z_1^f\|_Q^2 \leq \varepsilon} \|\Gamma^{k_0}(z_1, z^f, N_c) - z_1^f\|_Q^2 \leq \varepsilon \quad ; \quad \varepsilon < \varrho$$

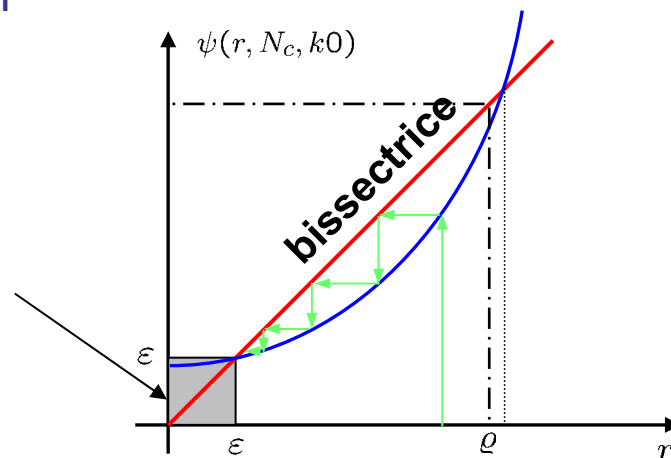
alors  $C_1 := \{z = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2^f \end{pmatrix} \text{ s.t. } z_1 \in M_\varepsilon\}$

Est invariant et attractive, pour toute condition initiale dans l'ensemble

$C_0 := \{z = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2^f \end{pmatrix} \text{ s.t. } z_1 \in M_\varrho\}$  avec  $M_\varrho := \{z_1 \mid \|z_1 - z_1^f\|_Q^2 \leq \varrho\}$

### Exemple d'une telle situation

$\varepsilon$ -Voisinage du cycle limite



## Trois scénarios de simulation

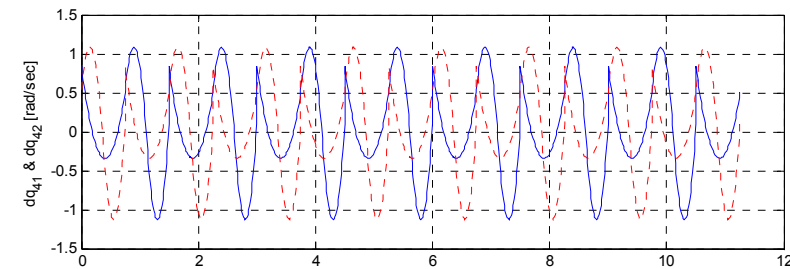
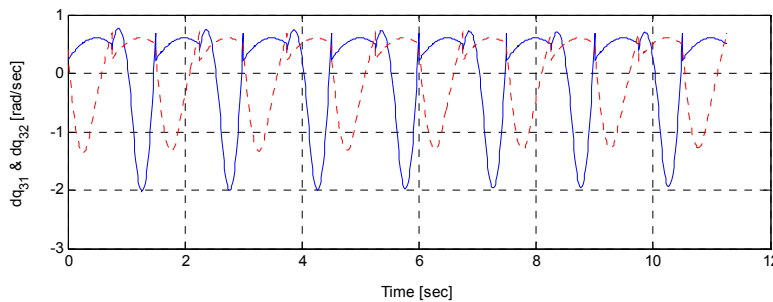
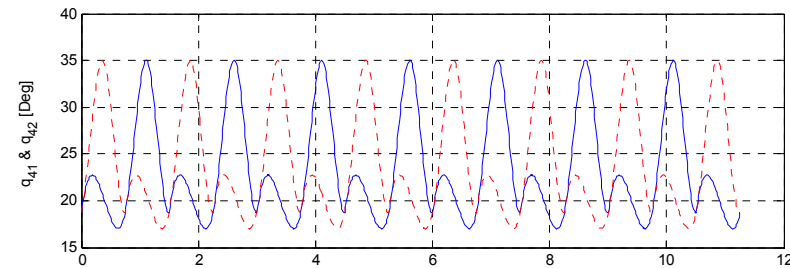
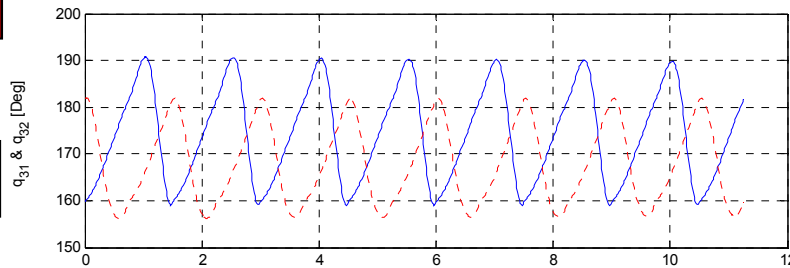
- La marche à vitesse constante
- Balancement autour d'une posture d'équilibre
- Robustesse vis-à-vis des incertitudes paramétriques

## Paramètres de l'approche de commande

Paramètre	Signification	valeur
$t_f$	la durée d'un pas	0.75sec
$y$	hauteur de hanches	$y = 0.775$
$d$	Longueur d'un pas	0.3m
$\rho$	position horizontale des hanches	0.5
$v_{p2}$	vitesse d'impact du pied de balancement	-0.25m/sec
$(q_1, \dot{q}_1)_0$	position et vitesse initiale du tronc	(0,0)
$Q$	matrice de pondération	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
$v_{moy}$	vitesse moyenne de marche	-0.4m/sec

# Scénario 1 : la marche à vitesse constante

## Coordonnées actionnées



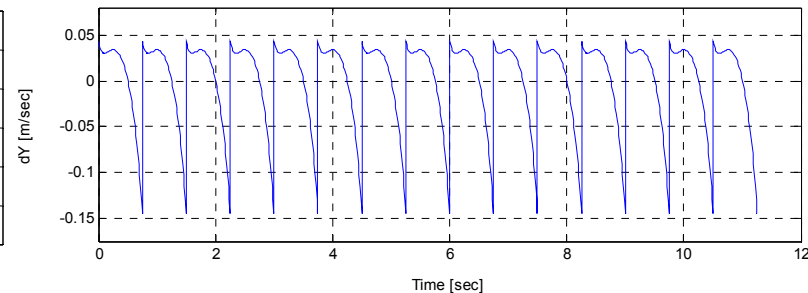
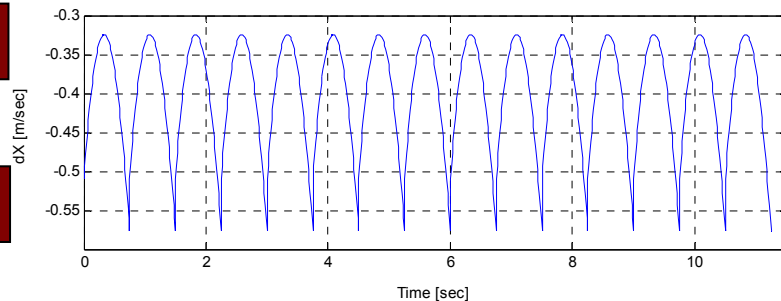
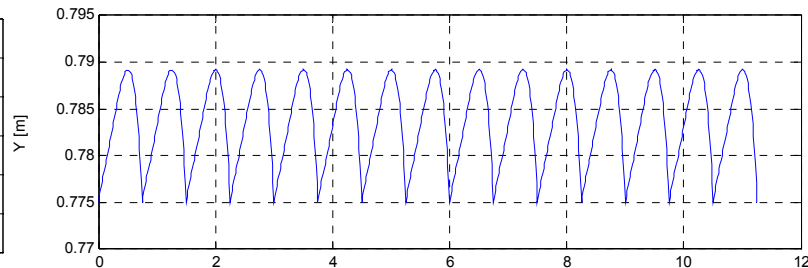
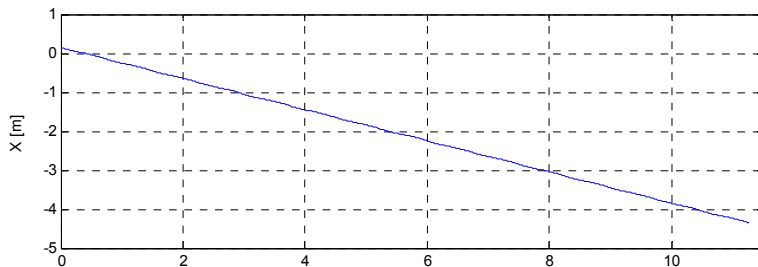
## Coordonnées des fémurs

## Coordonnées des tibias



# Scénario 1 : la marche à vitesse constante

## Coordonnées non actionnées



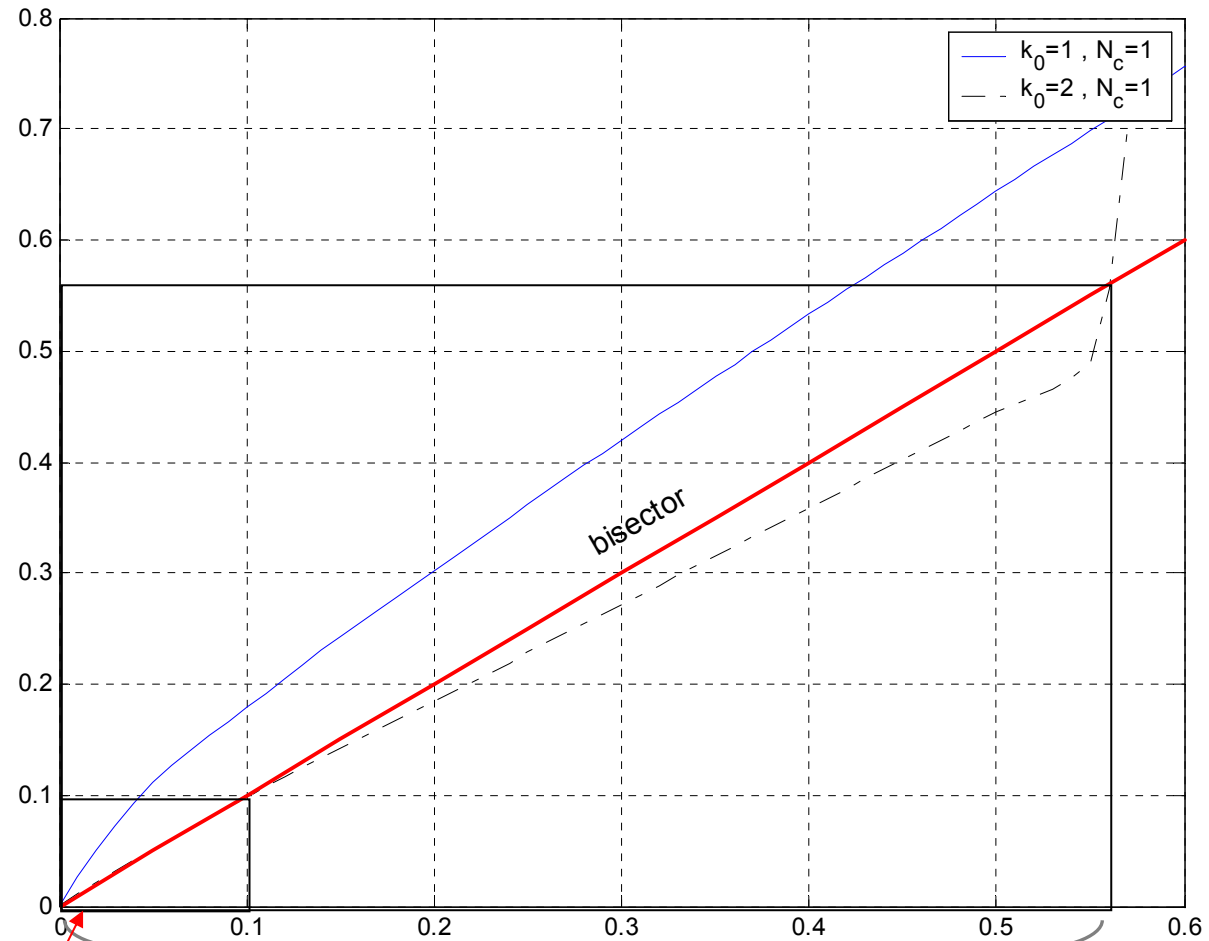
Coordonnée x de la hanche

Coordonnée y de la hanche

# Scénario 1 : la marche à vitesse constante

## Analyse de stabilité

$\psi(r, N_c, k_0)$



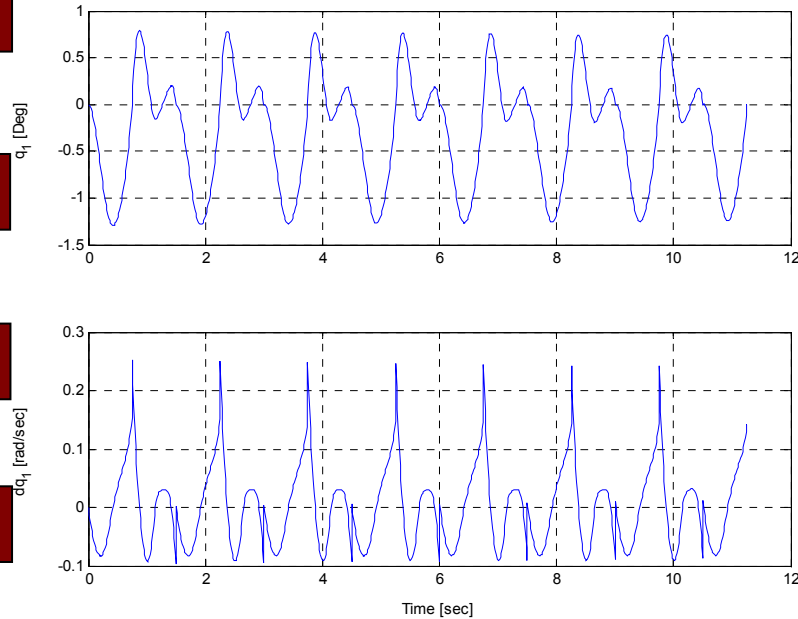
$$M_\epsilon := \{z_1 \mid \|z_1 - z_1^f\|_Q^2 \leq 0.0065\}$$

$$M_\rho := \{z_1 \mid \|z_1 - z_1^f\|_Q^2 \leq 0.139\}$$

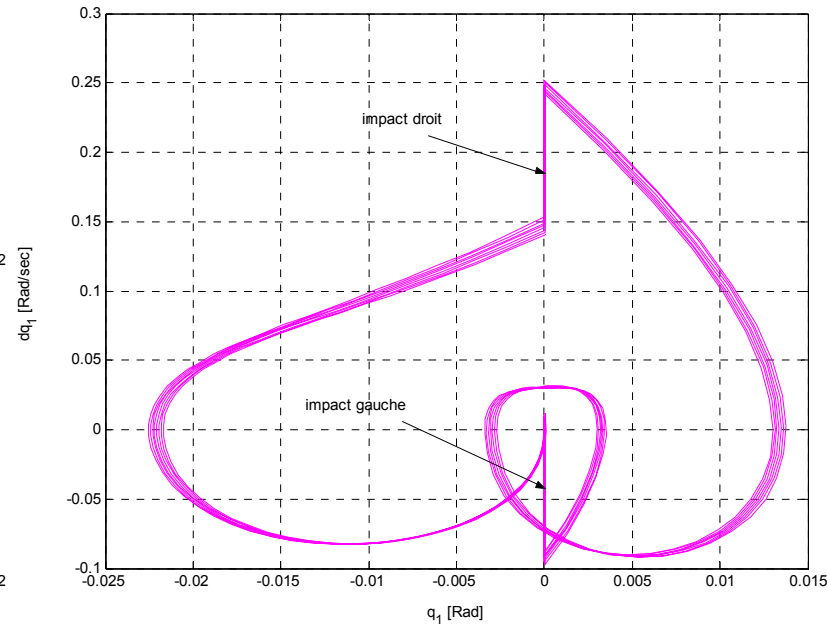
$r = \|z_1 - z_1^f\|_Q^2$

# Scénario 1 : la marche à vitesse constante

## Coordonnées non actionnées



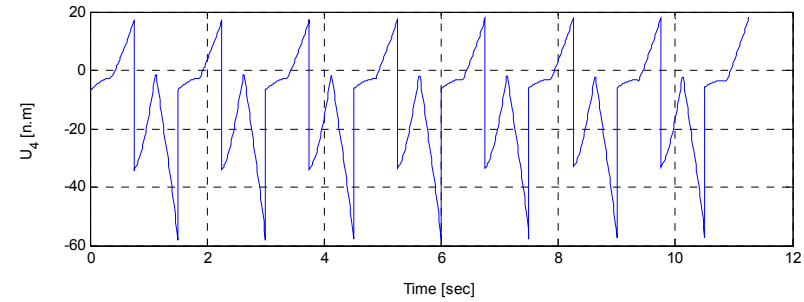
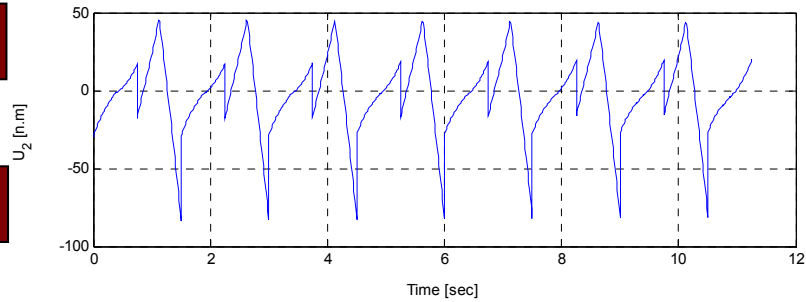
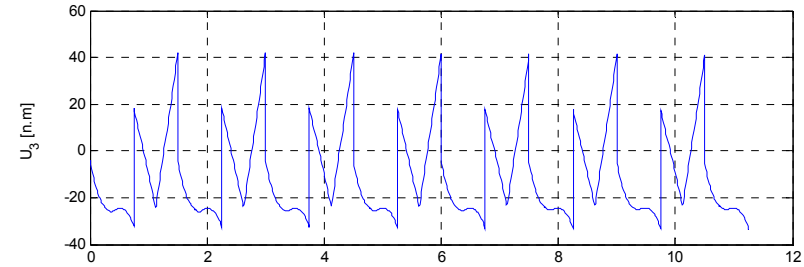
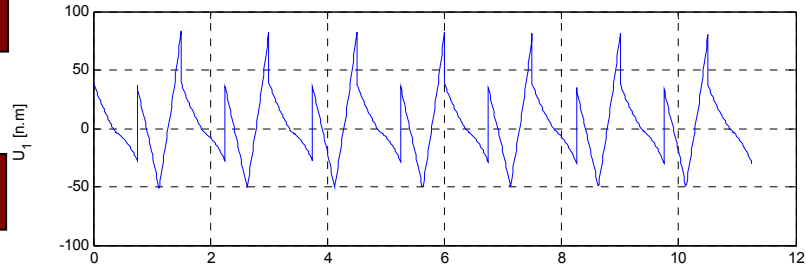
Coordonnées du tronc



Plan de phase

# Scénario 1 : la marche à vitesse constante

## Entrées de commande

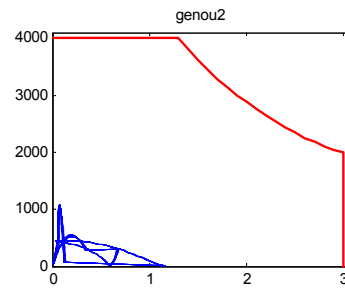
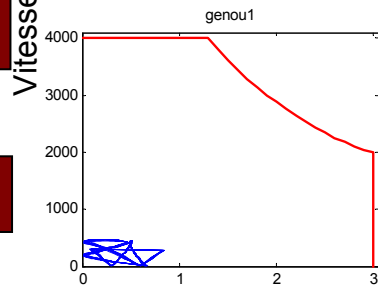
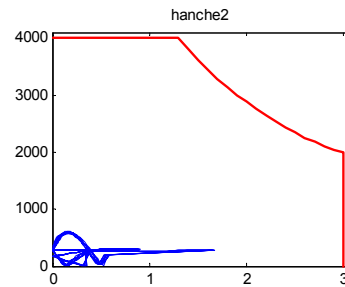
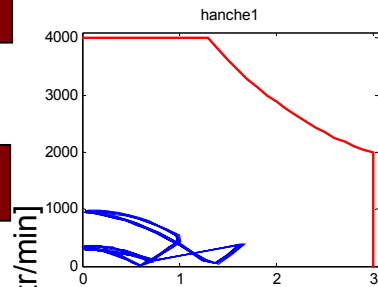


## Couples des fémurs

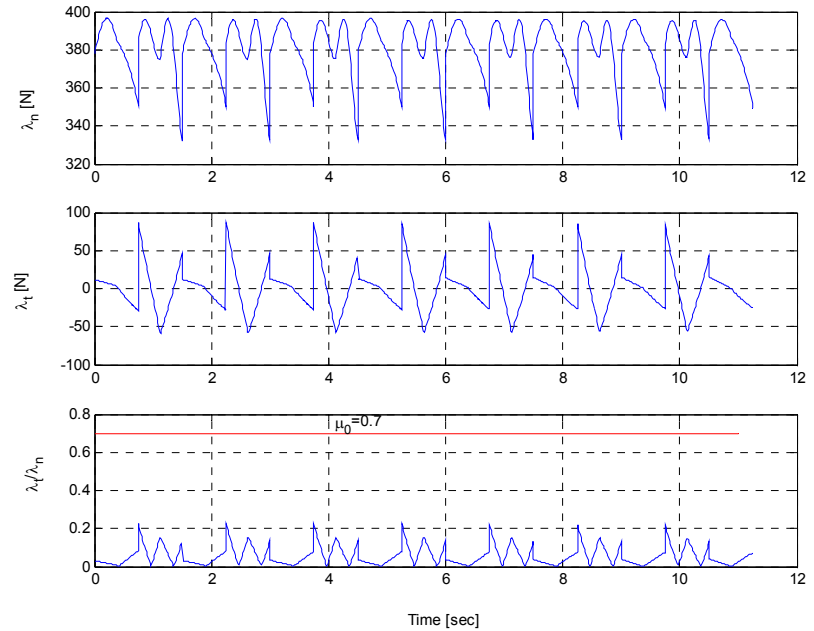
## Couples des tibias

# Scénario 1 : la marche à vitesse constante

## Puissance et forces de contact



Couple absolu [N.m]

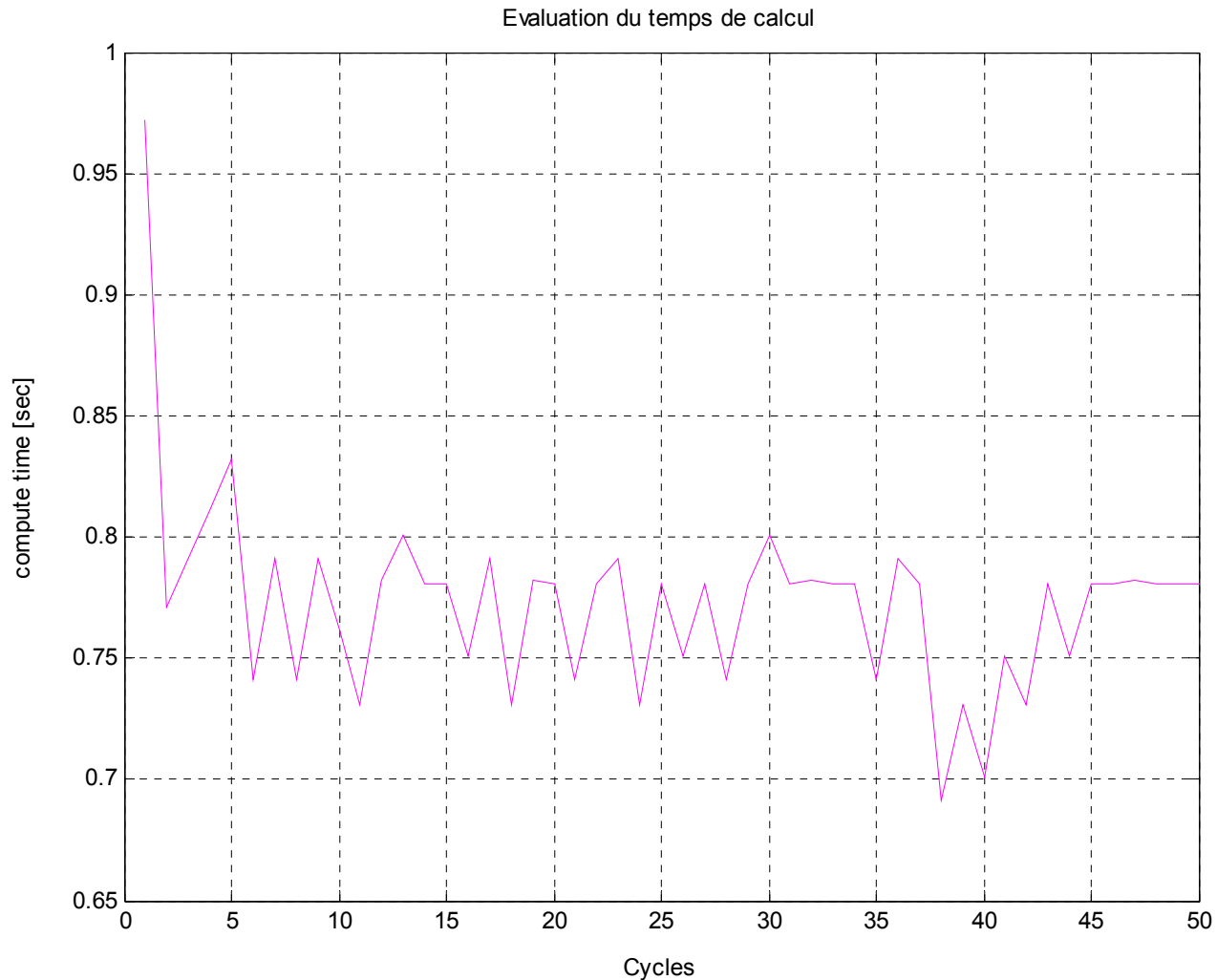


Vérification des puissances

Forces de contact avec le sol

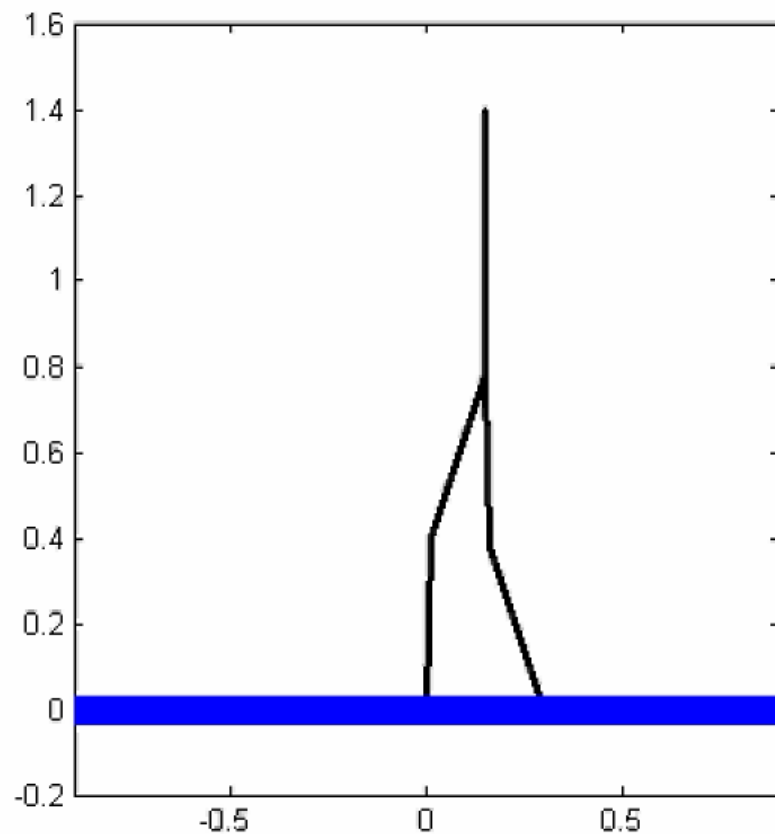
# Scénario 1 : la marche à vitesse constante

## Évaluation du temps de calcul



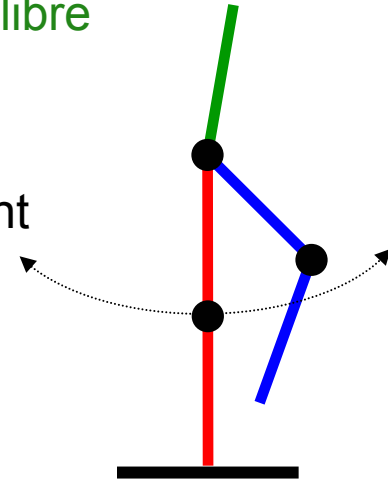
# Scénario 1 : la marche à vitesse constante

Vidéo du mouvement réalisé

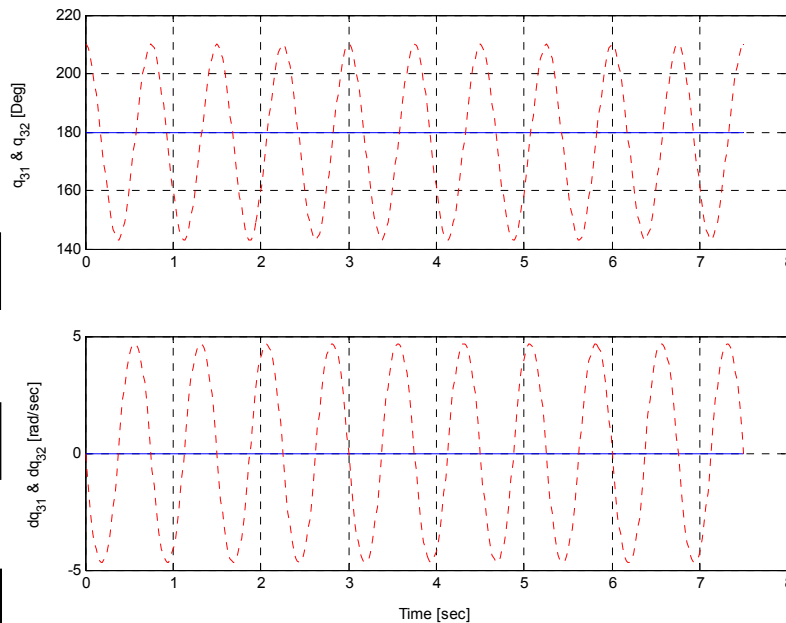


# Scénario 2 : Balancement autour de l'équilibre

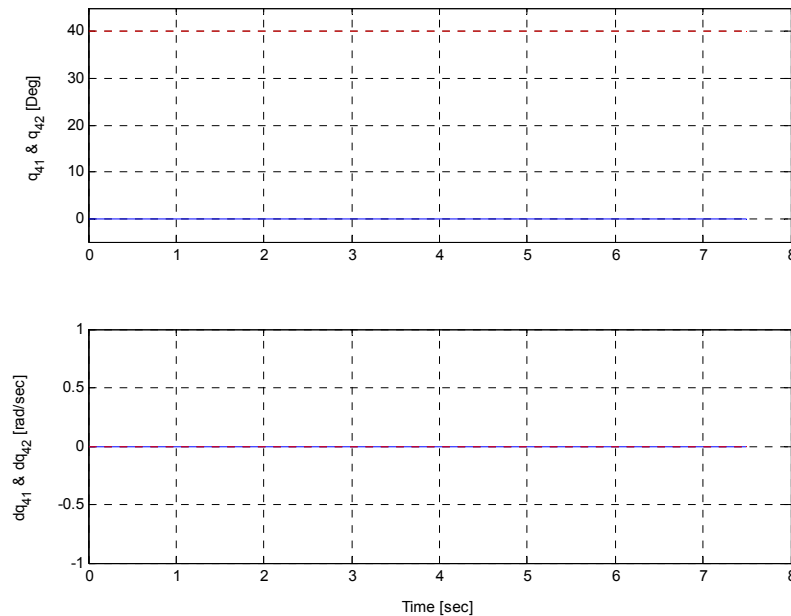
**Principe :** Partir d'une certaine configuration (sur les coordonnées actionnées), et y revenir périodiquement tout en gardant le tronc autour de la verticale.



## Coordonnées actionnées



Coordonnées des fémurs

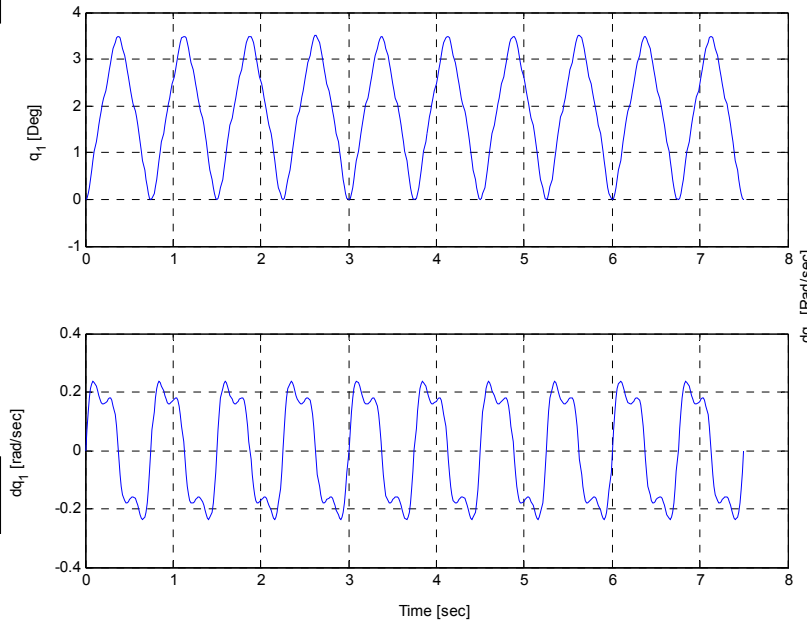


Coordonnées des tibias

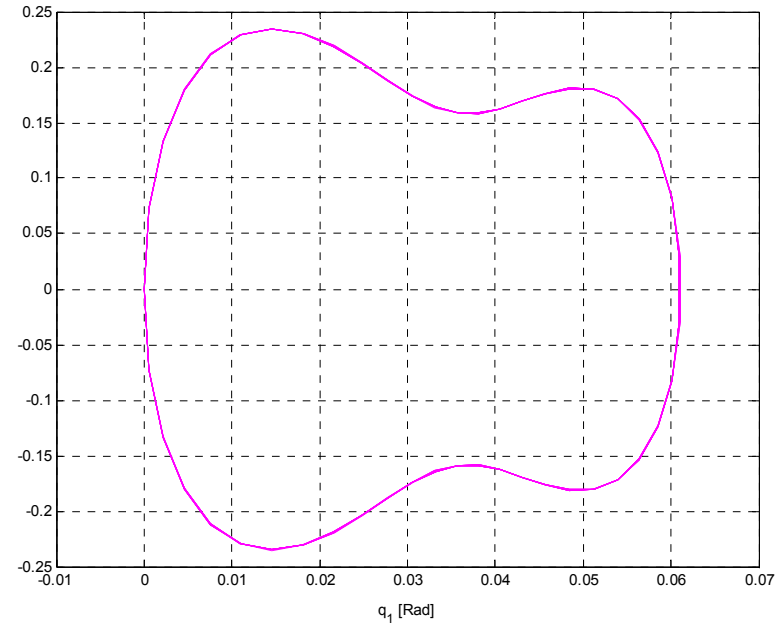


# Scénario 2 : Balancement autour de l'équilibre

## Coordonnées non actionnées



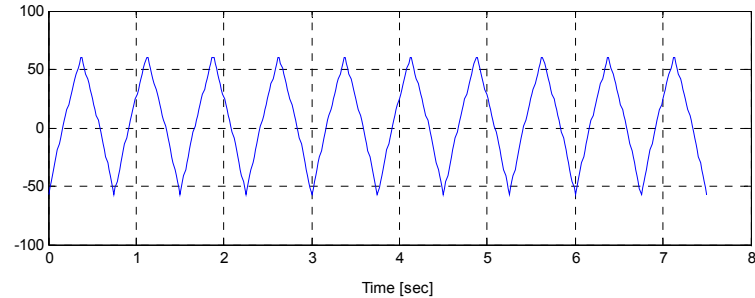
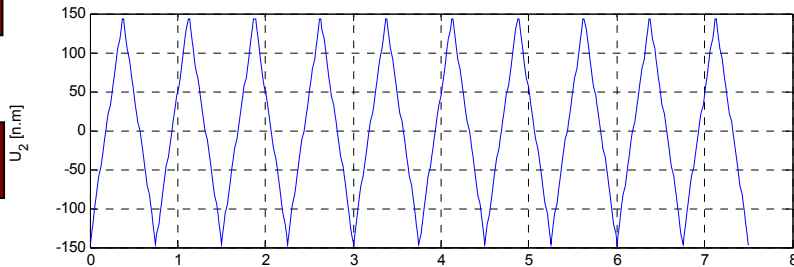
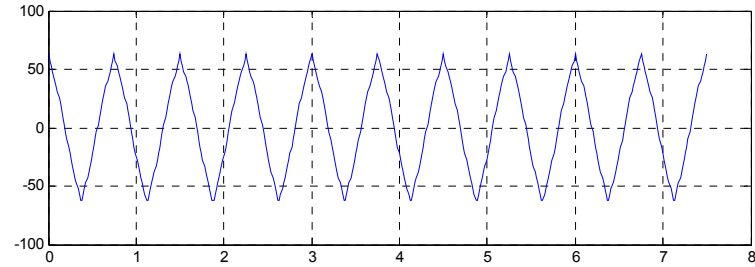
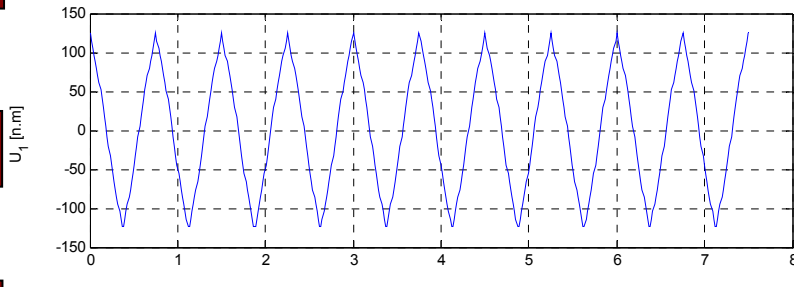
Coordonnées du tronc



Plan de phase

# Scénario 2 : Balancement autour de l'équilibre

## Entrées de commande

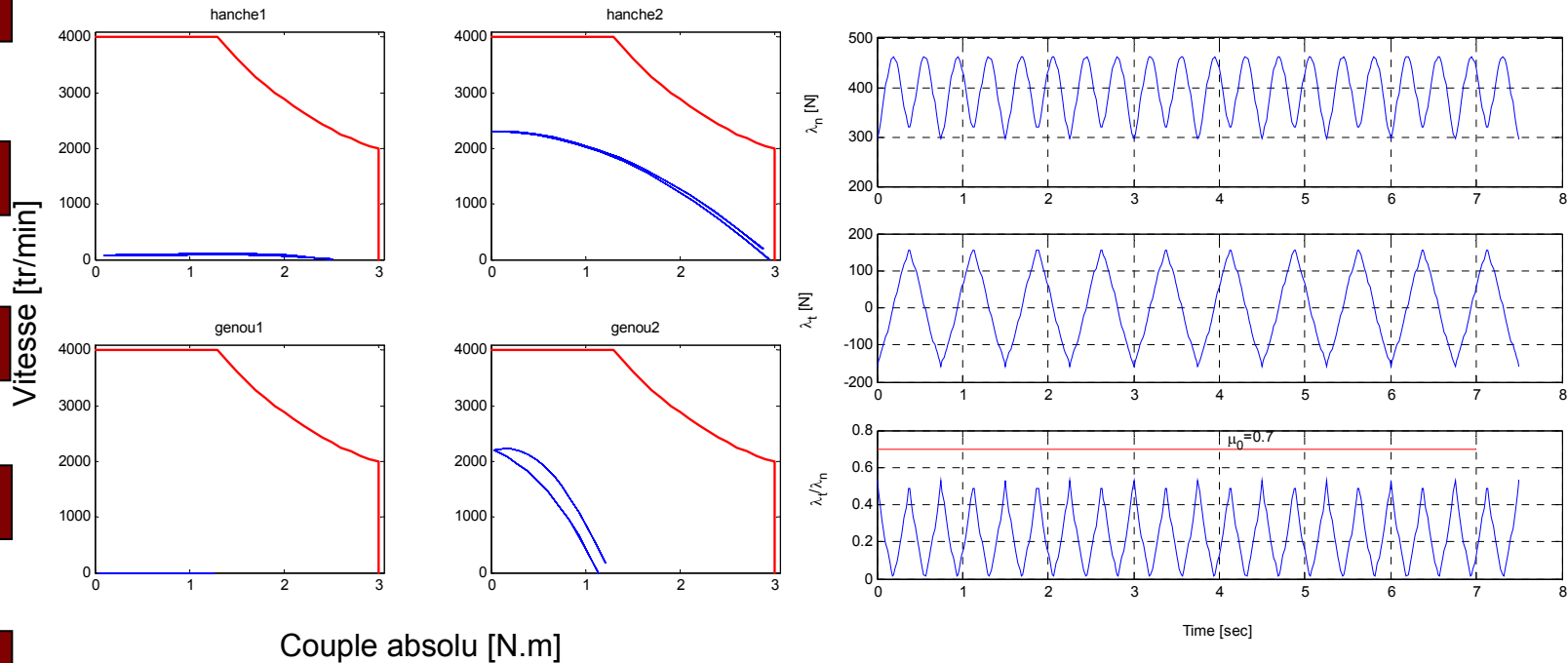


Couples des fémurs

Couples des tibias

# Scénario 2 : Balancement autour de l'équilibre

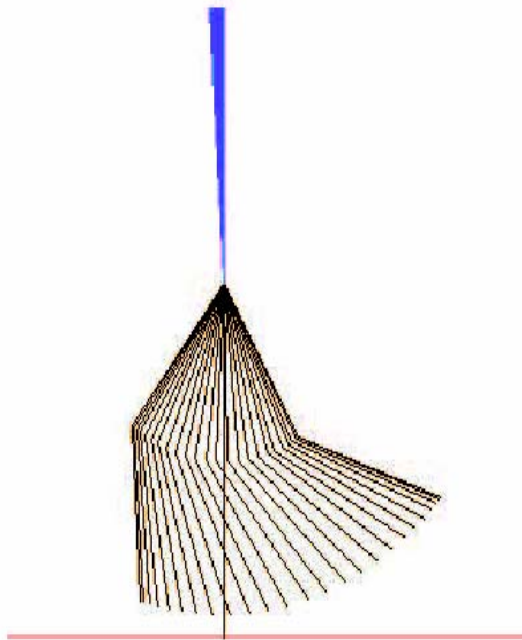
## Puissance et forces de contact



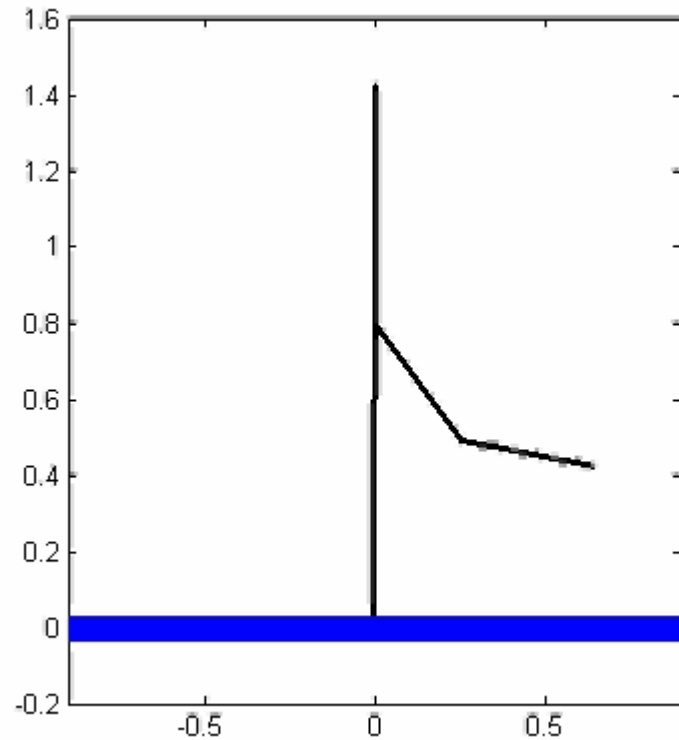
Vérification des puissances

Forces de contact avec le sol

# Scénario 2 : Balancement autour de l'équilibre



Mouvement sur un cycle



Séquence vidéo du mouvement réalisé

# Scénario 3 : Robustesse vis-à-vis des incertitudes paramétriques

$$I_1 = I_1 + \Delta I_1 \quad ; \quad I_3 = I_3 + \Delta I_3 \quad ; \quad I_4 = I_4 + \Delta I_4 \quad ; \quad \Delta I_i = 10\%$$



Tronc

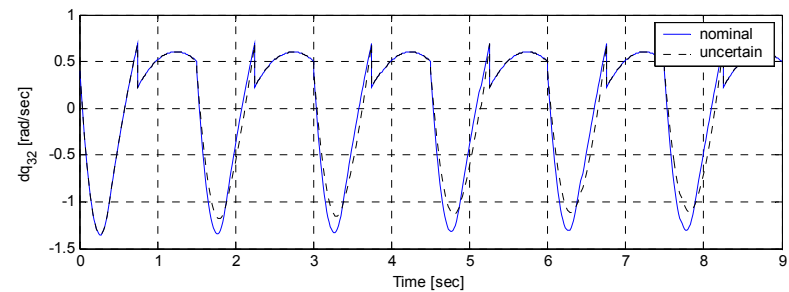
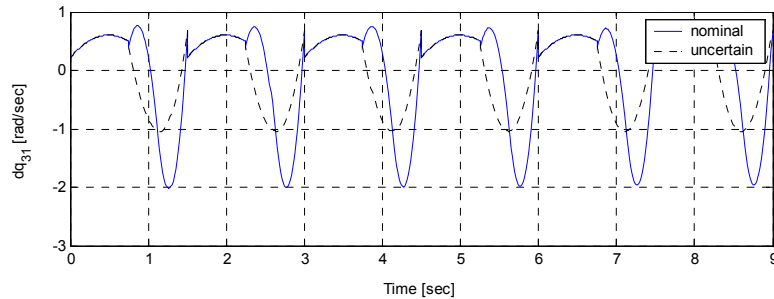
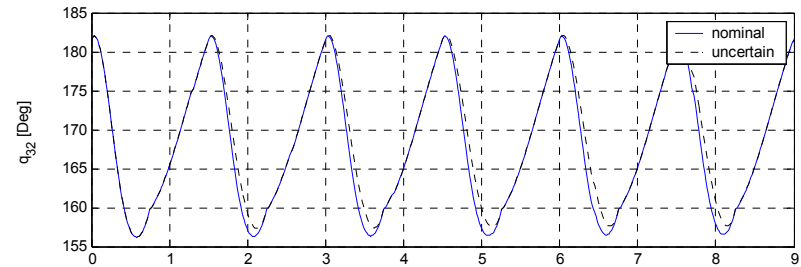
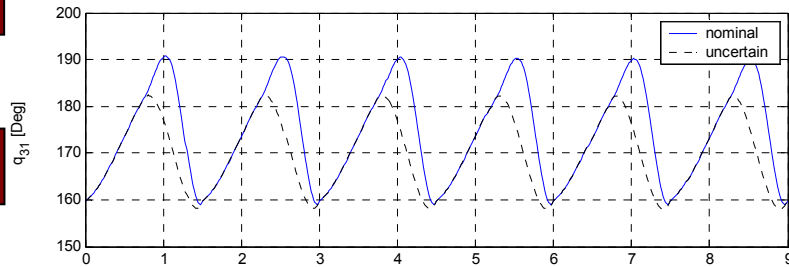


Cuisse



Tibia

## Coordonnées actionnées

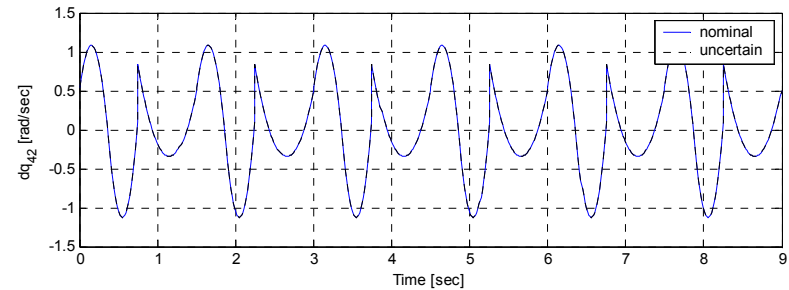
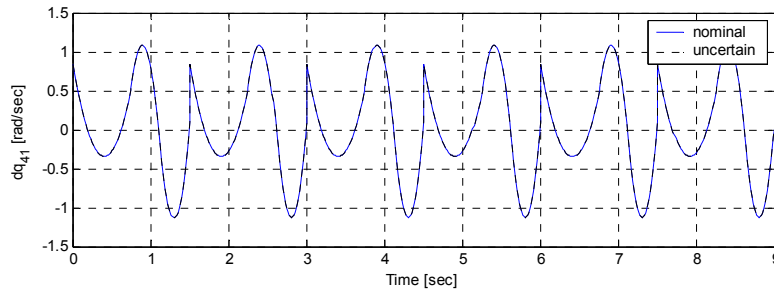
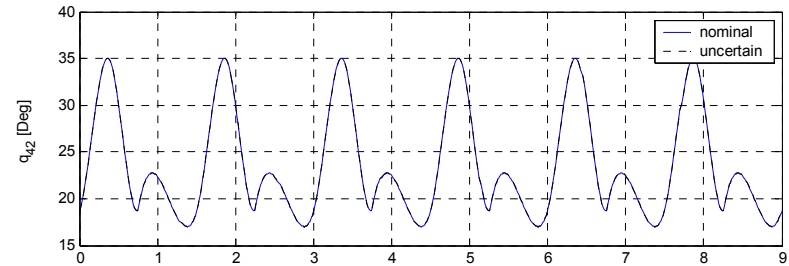
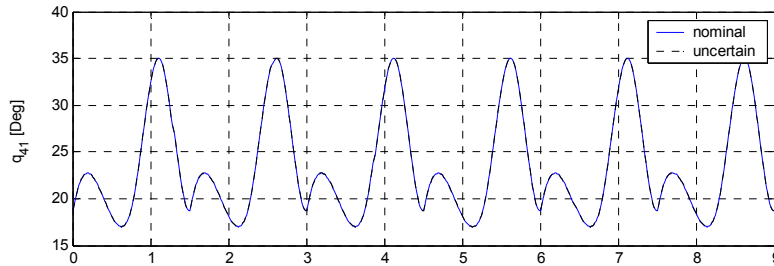


Cuisse 1

Cuisse 2

# Scénario 3 : Robustesse vis-à-vis des incertitudes paramétriques

## Coordonnées actionnées

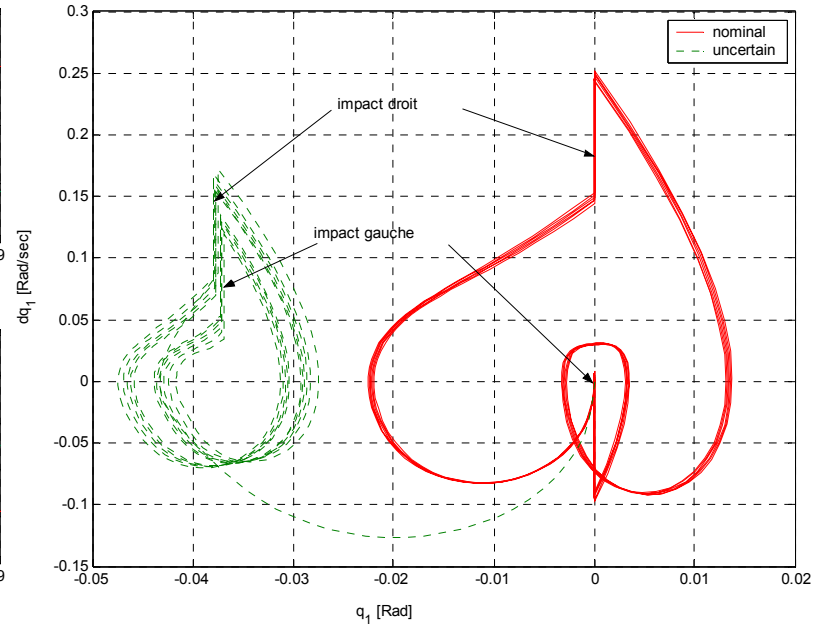
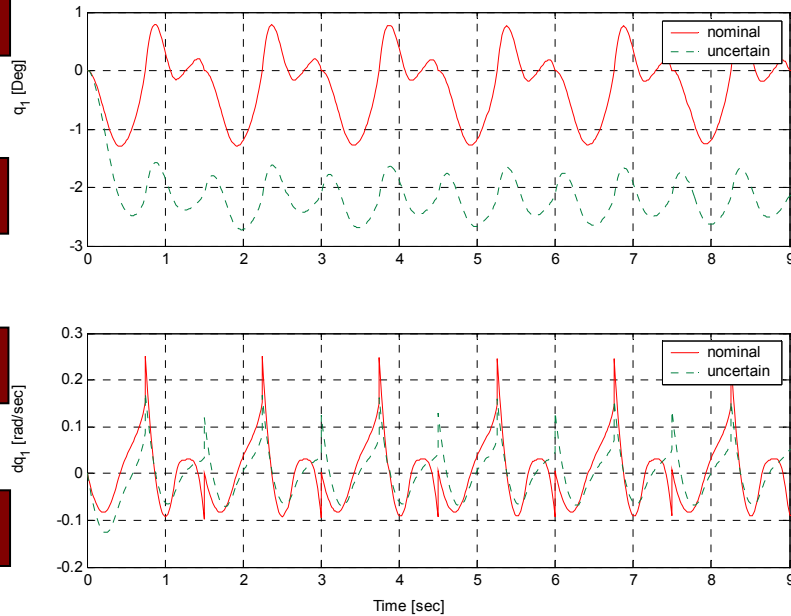


Tibia 1

Tibia 2

# Scénario 3 : Robustesse vis-à-vis des incertitudes paramétriques

## Coordonnées non actionnées

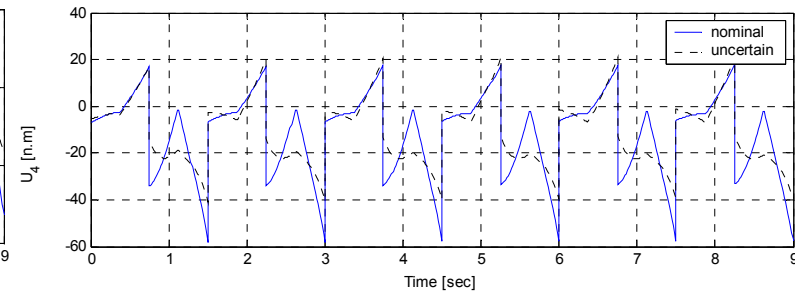
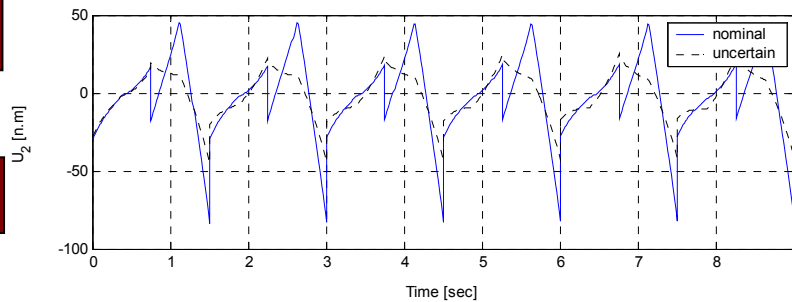
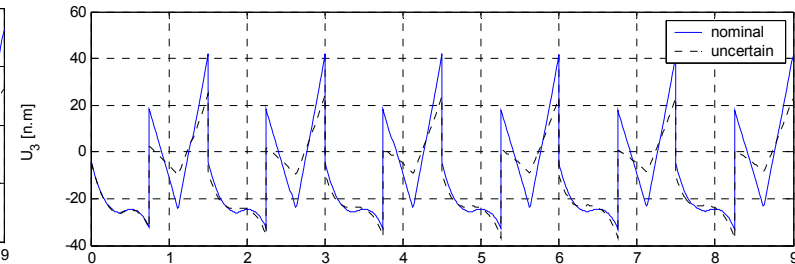
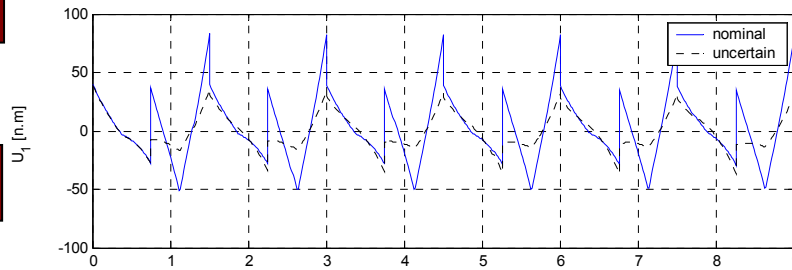


## Coordonnées du tronc

## Plan de phase

# Scénario 3 : Robustesse vis-à-vis des incertitudes paramétriques

## Entrées de commande

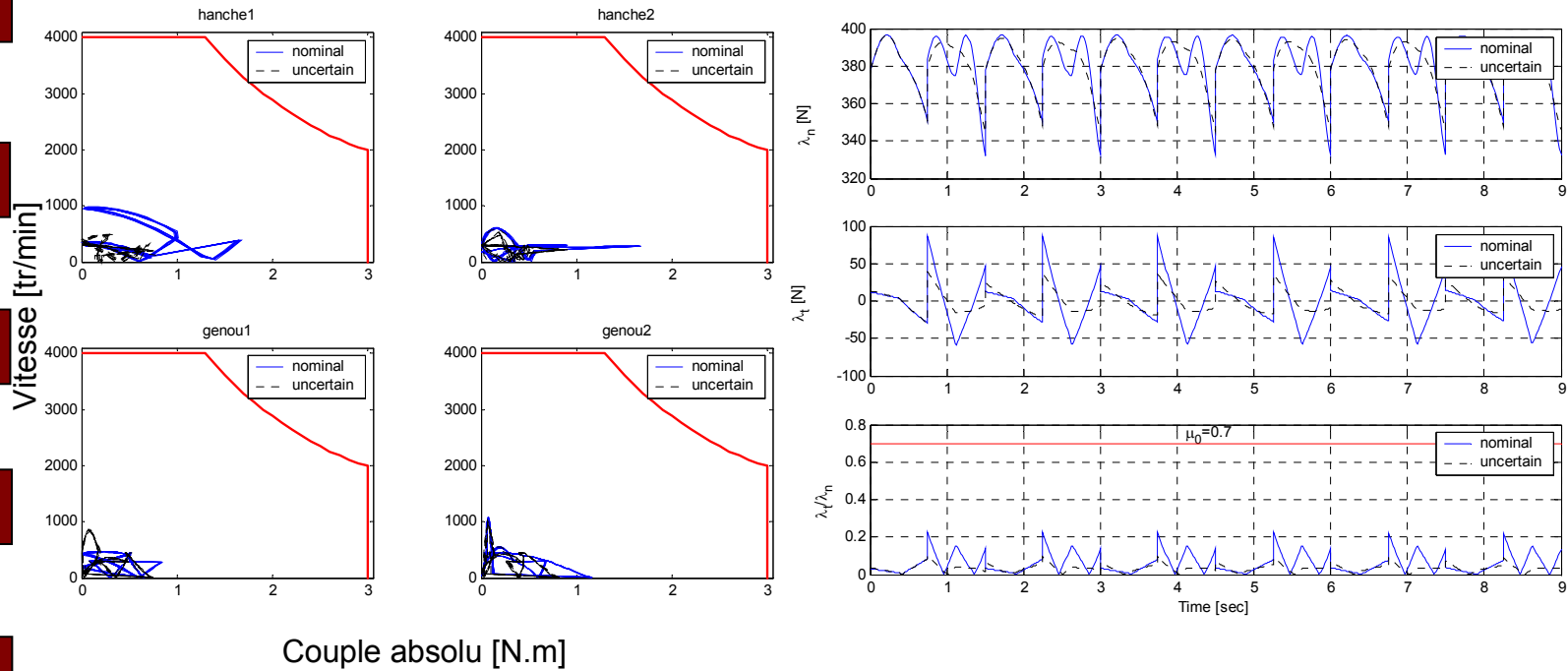


## Couples des fémurs

## Couples des tibias



## Puissance et forces de contact

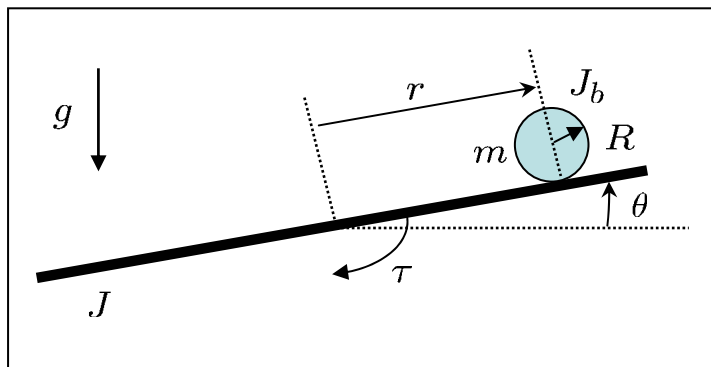


Vérification des puissances

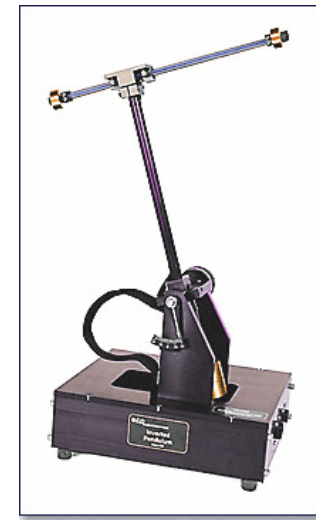
Forces de contact avec le sol

L'approche a été appliquée également à d'autres types de systèmes

### Systèmes mécaniques sous-actionnés



La bille sur le rail



Le pendule inversé modèle 505 d'ECP

### Système de Lorenz chaotique impulsionnel

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -\sigma x_1(t) + \sigma x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = r x_1(t) - x_2(t) - x_1(t) x_3(t) + u & ; \quad si \quad t \neq k \tau_c(1) \\ \dot{x}_3(t) = x_1(t) x_2(t) - b x_3(t) \end{cases}$$

L'équation du saut est donnée par

$$\begin{pmatrix} x_1(t^+) \\ x_2(t^+) \\ x_3(t^+) \end{pmatrix} = \Delta \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{pmatrix} = (I + B) \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{pmatrix} ; \quad si \quad t = k \tau_c(1)$$

- ❑ Problème traité : **Commande de la marche dynamique d'un robot bipède sous actionné**

- ❑ Confronté à : **Un système non linéaire instable en boucle ouverte**  
**Sous actionnement**  
**Dynamique hybride**  
**Interaction avec l'environnement (le sol)**

- ❑ Solution proposée : **Commande prédictive non linéaire de faible dimension**

- ❑ Analyse de stabilité en boucle fermée : **Méthode de Poincaré**

- ❑ Perspective : **implémentation en temps réel sur le prototype Rabbit**

**Merci pour votre attention**